Was gibt es in Vorlesung 5 zu lernen?

- **Schwerpunkt**
  - Definition
  - experimentelle Bestimmung
- **Rotationsenergie**
  - in der Rotation steckt natürlich Energie
  - kann in mechanische Energieerhaltung mit einbezogen werden
- **Mechanik von Flüssigkeiten und Gasen**
  - Druck (Kraft pro Fläche)
  - verteilt sich in alle Richtungen (Pascalsches Prinzip)

Was gibt es in Vorlesung 5 zu lernen?

- **Hydrostatisches Paradoxon, hydraulische Presse, Flüssigkeitsmanometer**
- **Auftrieb**
  - Archimedisches Prinzip
- **Zustandsgleichung für ideale Gase**
  - $pV = nRT$
  - gute Näherung für viele Gase

Was gibt es in Vorlesung 5 zu lernen?

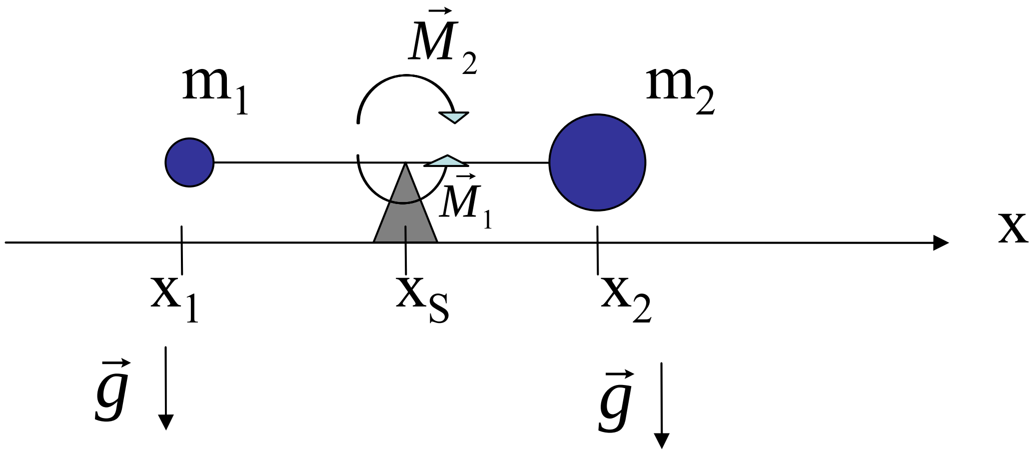
- **Strömung**
  - Bernoulli-Gleichung
  - Hydrodynamisches Paradoxon
  - laminare Strömung
  - Gesetz von Hagen-Poiseuille
- **Schwingungen**
  -periodische Bewegung um eine Ruhelage
- **Beispiele schwingfähiger Systeme**
  - Federpendel
  - Schwerependel
  - Torsionspendel

Was gibt es in Vorlesung 5 zu lernen?

- **harmonische Schwingungsgleichung**
  - Differentialgleichung für ungedämpfte Schwingung
  - Aufstellen und Lösen am Beispiel des Federpendels
  - Lösungen sind Sinus- und Cosinus-Funktionen
- **DGL und Lösung für Beispiele**
  - Schwerependel
  - Torsionspendel
  - elektrischer Schwingkreis

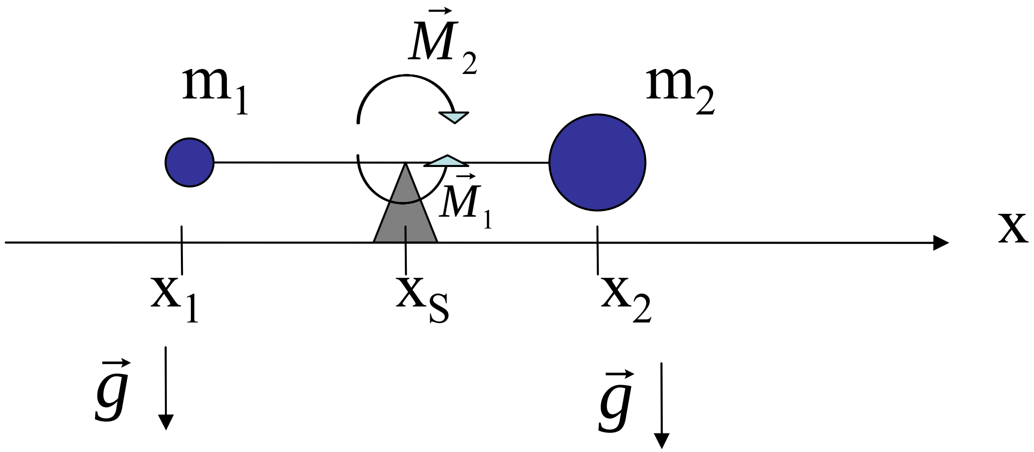
Schwerpunkt starrer Körper

Am Beispiel einer **<u>Hantel</u>** ist der Schwerpunkt am einfachsten zu finden:



Schwerpunkt starrer Körper

Am Beispiel einer **Hantel** ist der Schwerpunkt am einfachsten zu finden:



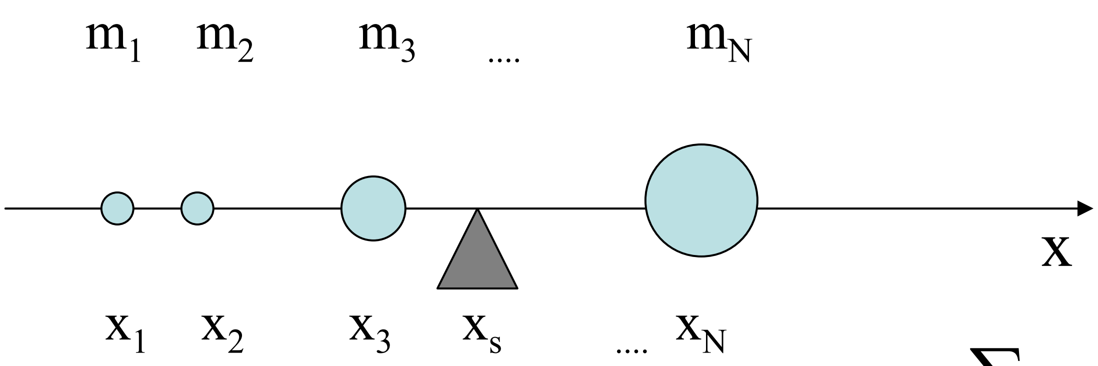
Bei Unterstützung in S gilt Gleichgewicht der Drehmomente, also

$$\vec{M}_1 = -\vec{M}_2 \quad \text{oder} \quad m_1(x_S - x_s) = m_2(x_2 - x_S)$$

Die x-Koordinate des Schwerpunktes bestimmt sich also nach:

$$x_s = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

Verallgemeinerung auf viele Massen:



Hier gilt für die Schwerpunktkoordinate $x_s = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}$

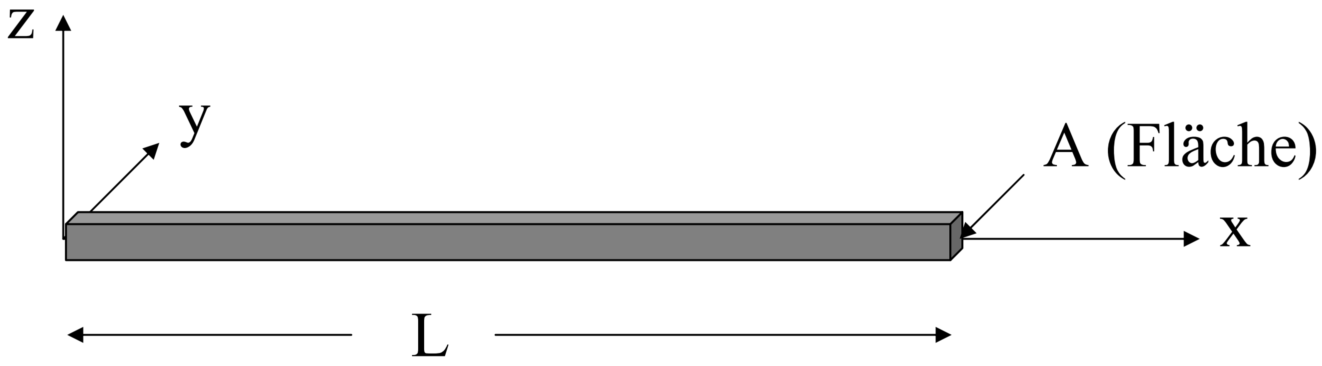
Beim Übergang zu einer kontinuierlichen Massenverteilung geht man zu Volumenintegralen über, also

$$\boxed{x_s = \frac{\sum_i \Delta m_i x_i}{\sum_i \Delta m_i} = \frac{\int_V dm \quad x}{\int_V dm} = \frac{\int_V dm \quad x}{M}}$$

mit der Gesamtmasse M

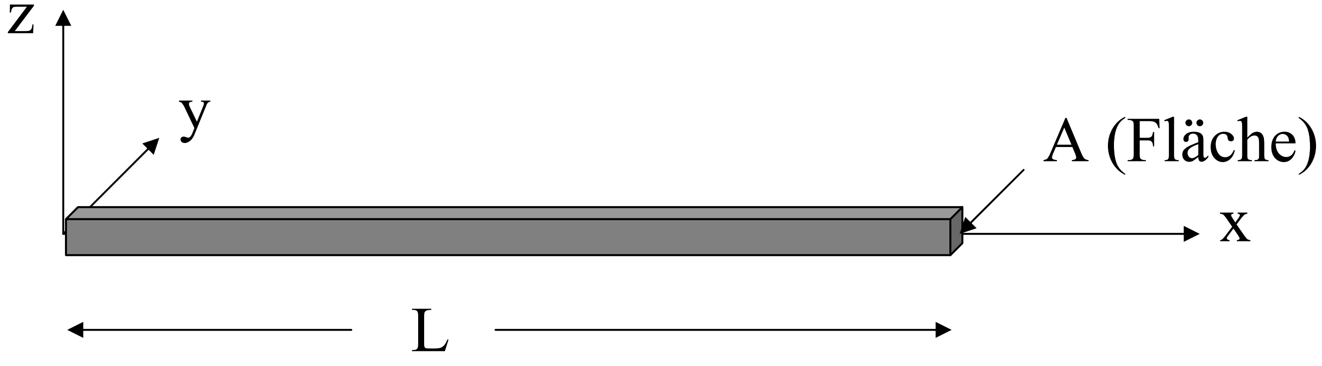
Experiment: Schwerpunkt
Besen, Kiste

<u>Beispiel: lange, dünne Stange in x-Richtung, Länge L, Fläche A, homogene Dichte ρ, Masse M</u>:



Dieses Ergebnis ist aus Symmetrieüberlegungen natürlich zu erwarten.

Beispiel: lange, dünne Stange in x-Richtung, Länge L, Fläche A, homogene Dichte ρ, Masse M:



$$x_s = \frac{\int_V x\,dm}{M} = \frac{1}{M}\int_V x\rho\,dV$$

$$= \frac{\rho}{M}\iiint_{xyz} x\,dx\,dy\,dz \qquad \text{(mit dm = ρ dV)}$$

$$= \rho / M A L^2 / 2 \qquad \text{(mit A L = V = M/ρ)}$$

$$= L/2$$

Dieses Ergebnis ist aus Symmetrieüberlegungen natürlich zu erwarten.

Schwerpunkt in drei Dimensionen

Die Definition des Schwerpunktes für beliebige dreidimensionale Körper folgt ganz analog für jede Raumrichtung separat. Der Körper hat in diesem Fall drei Schwerpunktskoordinaten (x_s, y_s, z_s):

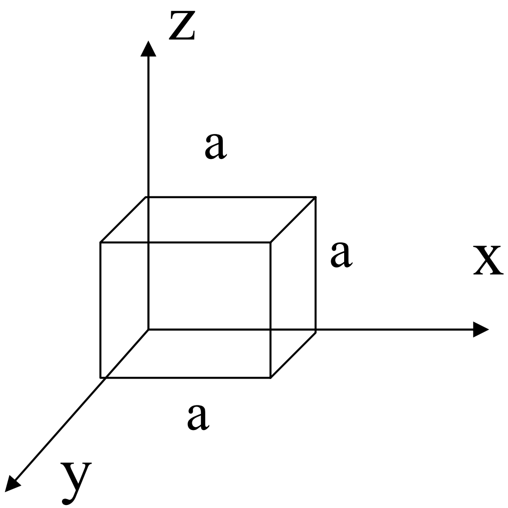
$$x_s = \frac{\int_V x\,dm}{M} = \frac{\rho}{M}\int_V x\,dV$$

$$y_s = \frac{\rho}{M}\int_V y\,dV$$

$$z_s = \frac{\rho}{M}\int_V z\,dV$$

Beispiel: Würfel mit Dichte ρ und Kantenlänge a

Als Beispiel bestimmen wir den Schwerpunkt eines Würfels der Kantenlänge a:



$$x_s = \frac{\rho}{M}\int_V x\,dV$$

$$= \frac{\rho}{M}\int_0^a dy \int_0^a dz \int_0^a x dx$$

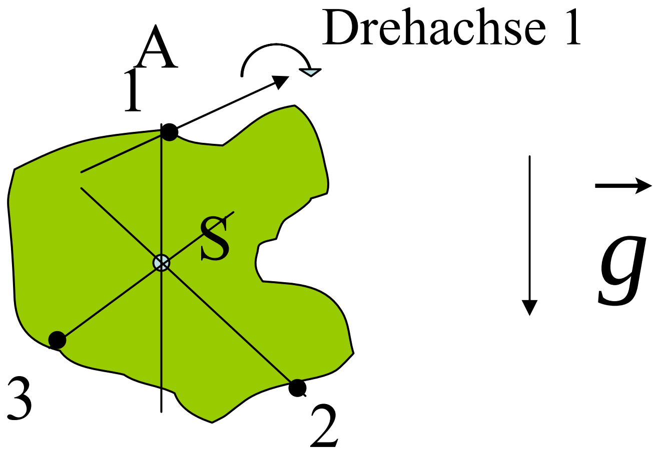
$$= \frac{\rho}{M} a\,a\,a^2/2$$

$$= a/2$$

Die Rechnung für y_s und z_s ist ganz analog. Die Schwerpunktskoordinaten des Würfels liegen also bei (a/2, a/2, a/2), wie aus Symmetriegründen auch zu erwarten war.

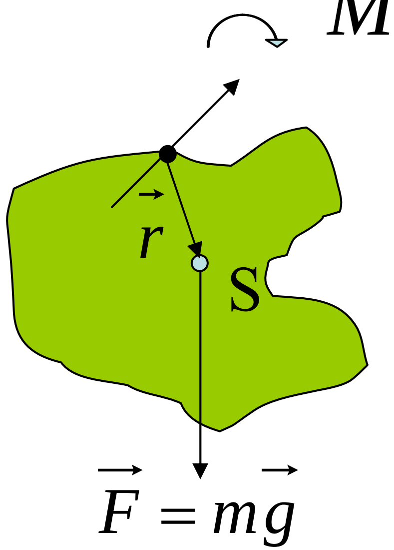
Experimentelle Bestimmung des Schwerpunktes S

Man hängt den Körper an drei verschiedenen Punkten frei drehbar im Schwerefeld der Erde auf.



Nach der Definition von S liegt er im Gleichgewicht genau unter dem Aufhängepunkt A, sonst würde ein Drehmoment wirksam:

$$\vec{M} = \vec{r} \times m\vec{g}$$

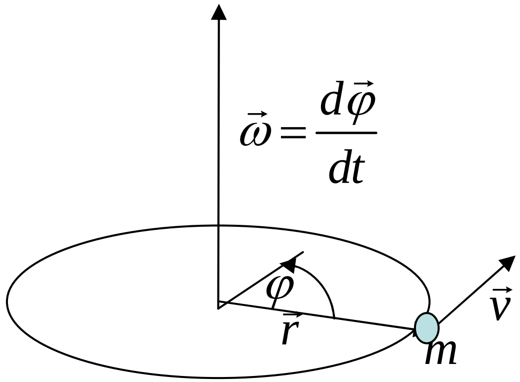


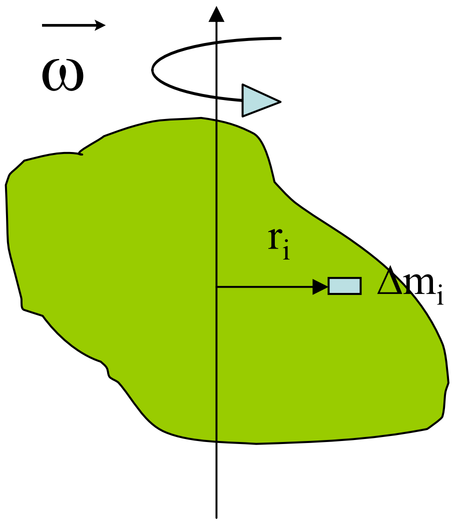
Der Schnittpunkt der drei unabhängigen Geraden 1, 2, 3 bestimmt eindeutig (x_s ; y_s ; z_s)

Experiment in 2 Dimensionen

Rotationsenergie

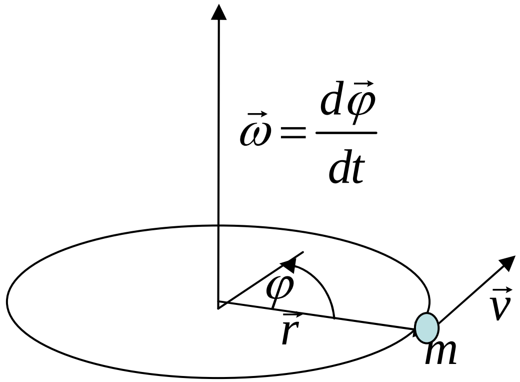
Kreisender Massepunkt:





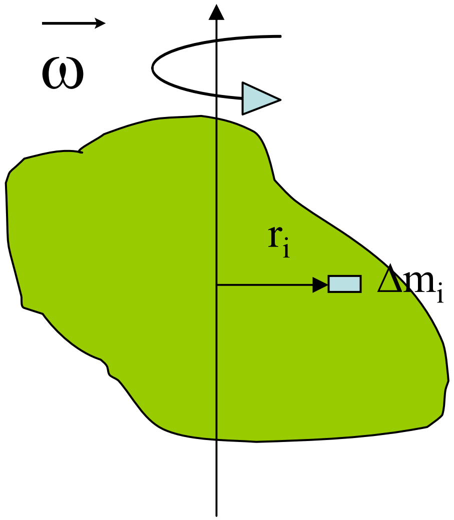
Rotationsenergie

Kreisender Massepunkt:



$$E_{rot} = 1/2\, mv^2$$
$$= 1/2\, mr^2\omega^2$$
$$= 1/2\, \Theta\omega^2$$

allgemeiner kreisender Körper: Zerlegen in kleine Massestücke Δm_i



$$E_{rot} = 1/2 \sum_i \Delta m_i v_i^{\,2}$$
$$= 1/2 \int_V dm r^2\omega^2$$
$$= 1/2\, \Theta\omega^2$$

mit der Definition $\Theta = \int_V r^2 dm$

Rotationsenergie

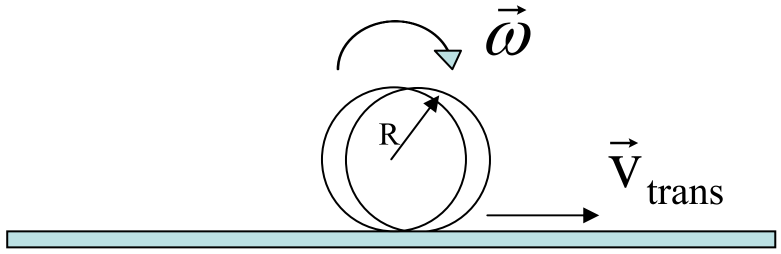
$$E_{Rot} = \frac{1}{2}\Theta\omega^2$$

Merken der Formel über Analogie mit der Linearbewegung

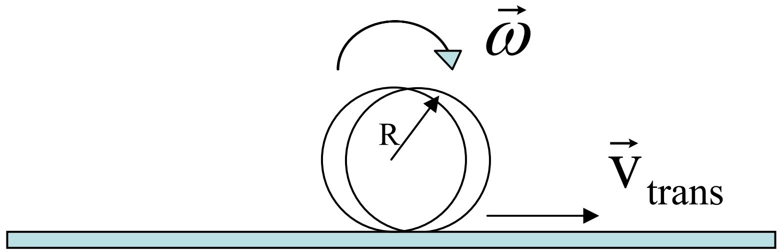
$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$ Aus $m \Leftrightarrow \Theta$ und $v \Leftrightarrow \omega$ ergibt sich

$$E_{Rot} = \frac{1}{2}\Theta\omega^2$$

Beispiel : Rollende Walze der Gesamtmasse M



Beispiel : Rollende Walze der Gesamtmasse M



$$E_{kin} = E_{trans} + E_{rot} = \frac{M}{2} v^2{}_{trans} + \frac{\Theta}{2} \omega^2$$

$$= \frac{M}{2} R^2 \omega^2 + \frac{M}{4} R^2 \omega^2$$

$$= \frac{3M}{4} R^2 \omega^2$$

Die kinetische Energie teilt sich also in Rotationsenergie und Translationsenergie auf :

$$E_{kin} \nearrow M/2\ R^2\omega^2 \text{ (Translation)}$$
$$E_{kin} \searrow M/4\ R^2\omega^2 \text{ (Rotation)}$$

Beispiel: Rollender Hohlzylinder

$$E_{kin} = E_{trans} + E_{rot} = \frac{M}{2} v^2{}_{trans} + \frac{\Theta}{2}\omega^2$$

$$= \frac{M}{2} R^2\omega^2 + \frac{M}{2} R^2\omega^2$$

$$= MR^2\omega^2$$

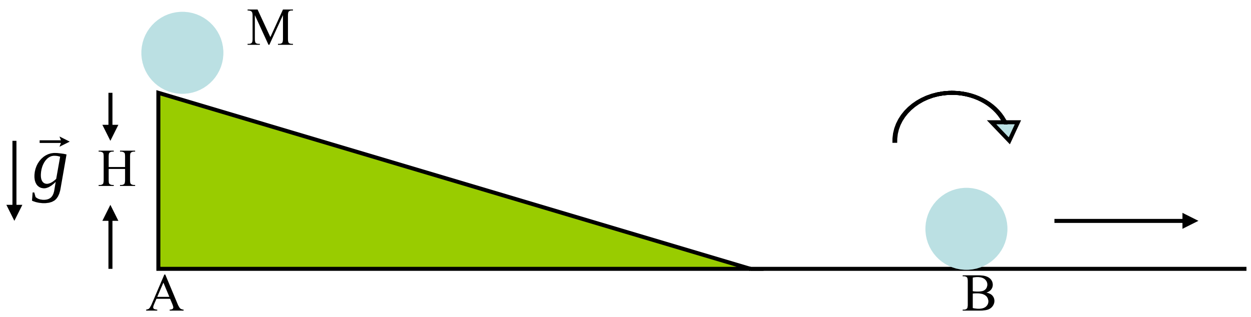
Beachte: θ anders als für Walze

Hier teilt sich die Energie also auf in:

$$E_{kin} \nearrow M/2\ R^2\omega^2 \text{ (Translation)}$$
$$E_{kin} \searrow M/2\ R^2\omega^2 \text{ (Rotation)}$$

Für den Hohlzylinder steckt mehr Energie in der Rotation als für die Walze => Bei gleicher kinetischer Energie ist die Walze schneller!!

Experiment: Rollende Walze/Rollender Hohlzylinder



$$E_{ges} = E_{rot} + E_{trans}$$

$$= 1/2\Theta\omega^2 + 1/2Mv_{trans}^2$$

<u>Energieerhaltung:</u>

Punkt A:

E_{ges}=M g H

Punkt B:

$$= 1/2(\frac{\Theta}{r^2} + M)v_{trans}^2 = MgH$$

$$\boxed{v_{trans} = \sqrt{2MgH \Big/ (\frac{\Theta}{r^2} + M)}}$$

Der Vollzylinder ist schneller, da er bei gleicher Masse das kleinere Trägheitsmoment hat.

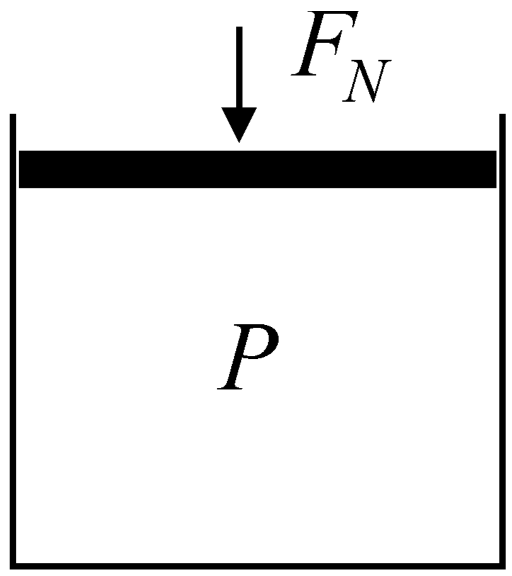
Zusammenfassung Mechanik starrer Körper

Translation	Rotation
Weg $\vec{s}$	Winkel $\vec{\varphi}$
Geschw. $\vec{v}$ Beschl. $\vec{a}$	Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}$ Winkelbeschl. $\vec{a}_\varphi$ (zusätzlich Radialbeschleunigung)
Kraft $\vec{F}$ Masse M	Drehmoment $\vec{M}=\vec{r}\times\vec{F}$ Trägheitsmoment Θ
Impuls $\vec{p}=m\vec{v}$ Kin. Energie $E_{kin}=1/2mv^2$	Drehimpuls $\vec{L}=\Theta\vec{\omega}$ Rot. Energie $E_{rot}=1/2\Theta\omega^2$
Arbeit $W=\int\vec{F}\cdot d\vec{s}$ Grundges. der Dynamik $\vec{F}=d\vec{p}/dt$	$W=\int\vec{M}\cdot d\vec{\varphi}$ $\vec{M}=d\vec{L}/dt$

Mechanik von Flüssigkeiten und Gasen: Druck

Definition Druck p: Auf die Fläche hin gerichtete Komponente der Kraft dividiert durch die Fläche.

$$P = \frac{F_N}{A} \quad , \quad [P] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

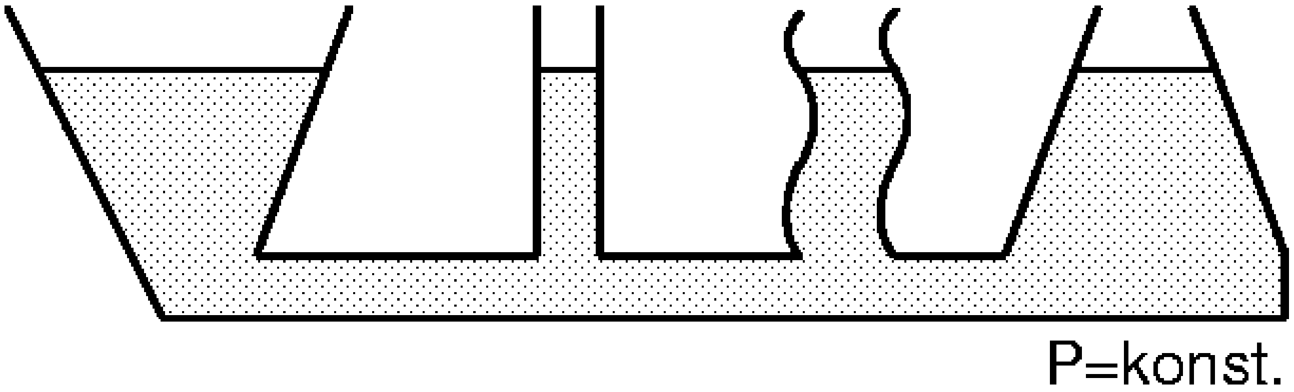


Pascalsches Prinzip:
Externer Druck verteilt sich gleichmäßig auf jedes Volumenelement der Flüssigkeit und die Wand des Gefäßes.

Mechanik von Flüssigkeiten und Gasen: Hydrostatisches Paradoxon

Experiment: Hydrostatisches Paradoxon

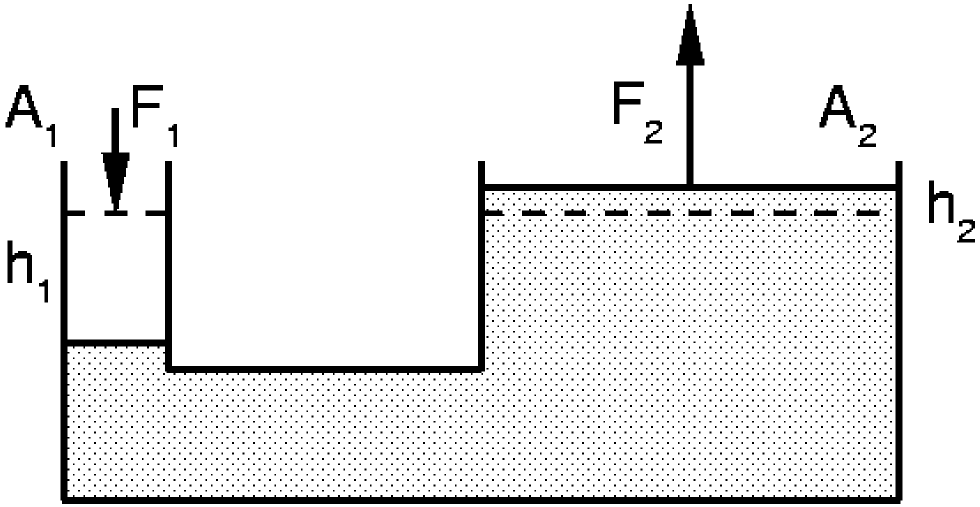
Druck auf die Bodenfläche des Gefäßes hängt nur von der Füllhöhe und nicht von der Füllmenge ab!



Druckunterschiede werden durch die Verbindung ausgeglichen.

=> Flüssigkeiten in verbundenen Röhren stehen immer gleich hoch (Schlauchwaage).

Hydraulische Presse

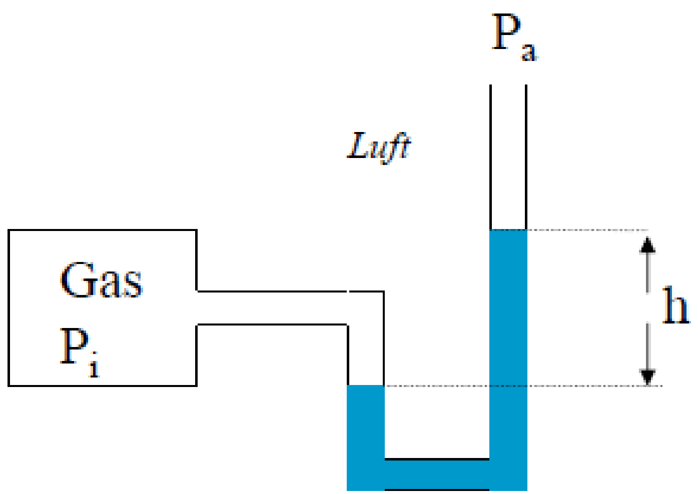


es gilt: $P_1 = P_2$ also

$$\frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \Rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

- Mit einer hydraulischen Presse können kleine in große Kräfte umgewandelt werden.
- Auch Übertragung in beliebige Richtung.
- Beachte: Es wird keine Arbeit gespart!

Flüssigkeitsmanometer



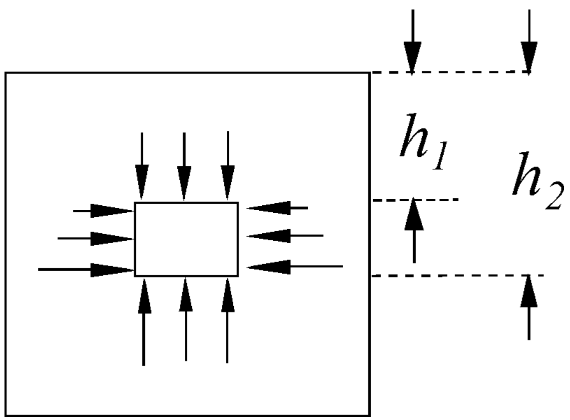
$$P_i = P_a + hg\,\rho_{Fl}$$

- Druckmessung nicht mit Wasser, da h sehr groß (~10 m für Luftdruck)
- Hg hat größeres ρ (Luftdruck = 760 mm (1 torr))

Experiment: Flüssigkeitsmanometer

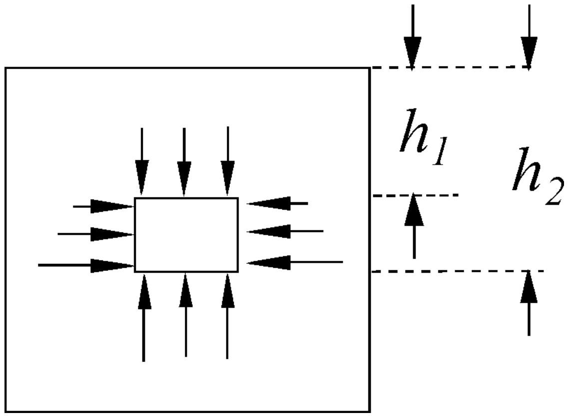
Archimedisches Prinzip: Auftrieb

Ein Körper wird in Flüssigkeit so viel leichter, wie die verdrängte Flüssigkeit wiegt.



Archimedisches Prinzip: Auftrieb

Ein Körper wird in Flüssigkeit so viel leichter, wie die verdrängte Flüssigkeit wiegt.



$$F_{\rightarrow} = F_{\leftarrow}$$

$$F_{\downarrow} = \rho g h_1 A$$

$$F_{\uparrow} = \rho g h_2 A$$

$$F_{Auftrieb} = F_{\uparrow} - F_{\downarrow} = \rho g \underbrace{A(h_2 - h_1)}_{V} = \rho g V$$

- Deshalb schwimmen Schiffe aus Eisen.
- Auftrieb im Salzwasser?

Zustandsgleichung ideale Gase

Ideales Gas?

- Teilchen als ausdehnungslose Punkte
- Stöße sind erlaubt
- keine sonstige Wechselwirkung
- gute Näherung für viele Gase

$$pV = nRT \text{ , } n = \text{Stoffmenge in Mol, } R = 8{,}31 \frac{J}{molK}$$

Aus der Gasgleichung folgen verschiedene Gesetze:

Boyle-Mariotte: $p \sim \frac{1}{V}$ mit $T = const$

Gay-Lussac: $V \sim T$ mit $p = const$

Amontons: $p \sim T$ mit $V = const$.

Strömung

Strömung: Bewegung von ΔV einer Flüssigkeit mit ortsabhängiger Geschwindigkeit $\mathbf{v}(\mathbf{r})$. Ursache ist eine Druckdifferenz entlang der Strömungsrichtung.

Inkompressible Flüssigkeit:

- Dichte vom Druck unabhängig
- für niedrige Geschwindigkeiten ($<1/4\ v_{Schall}$) können Gase als inkompressibel angenommen werden
- es gilt natürlich Masseerhaltung

Bernoulli-Gleichung

$$\boxed{P + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = 0} \quad \text{(Bernoulli-Gleichung)}$$

Die Summe aus statischem Druck (P), dynamischem Druck ($1/2\rho v^2$) und Schweredruck (ρgh) ist konstant.

Spezialfall hohe Strömungsgeschwindigkeiten:

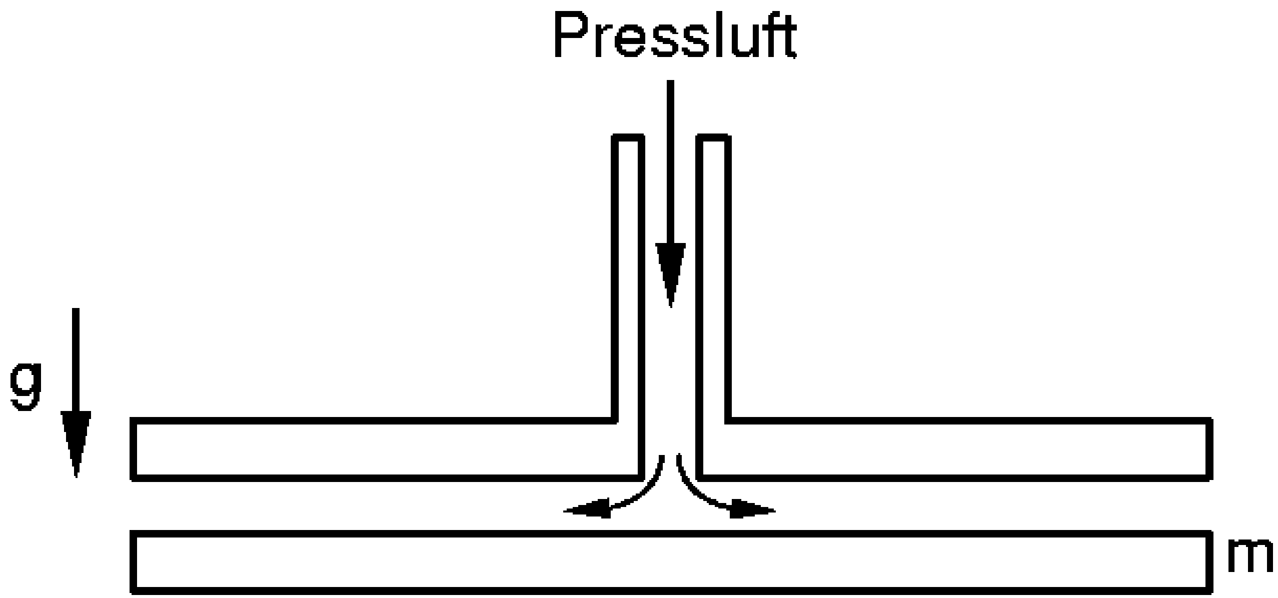
$$\frac{1}{2}\rho v >> \rho g h$$

$$=> \; P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

Hohe Geschwindigkeit $\hat{=}$ niedriger Druck

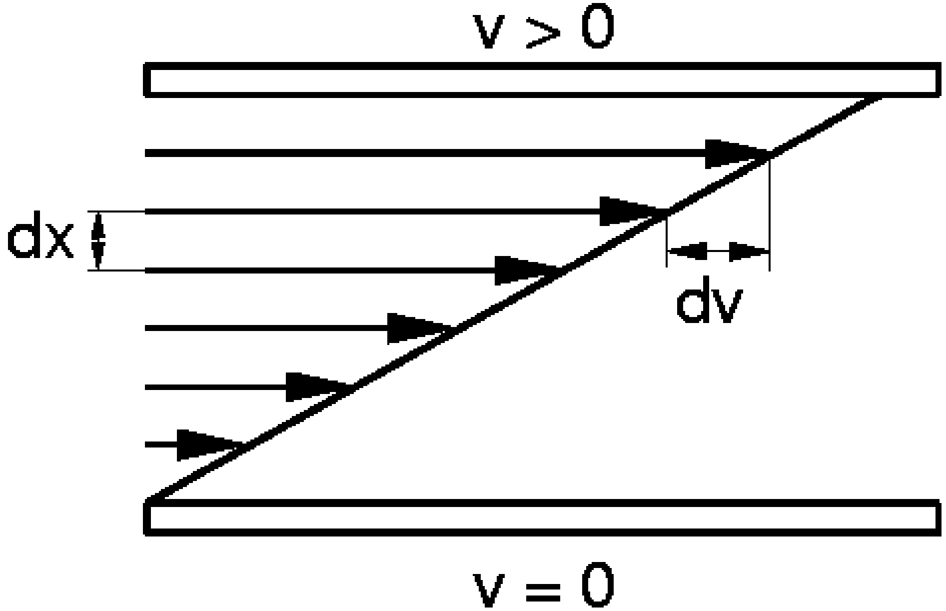
Hydrodynamisches Paradoxon

Experiment: Hydrodynamisches Paradoxon



- Platte wird angezogen
- hohe Strömungsgeschwindigkeit => Unterdruck zwischen den Platten

Reibung bei laminarer Strömung



Reibungskraft muss überwunden werden, um obere Platte mit v zu bewegen

$F_R = \eta A \frac{\partial v}{\partial x}$ η = Viskosität, Zähigkeitskonstante

Laminare Strömung durch ein Rohr

Durch Gleichsetzen von treibender Druckkraft und Reibungkraft ergibt sich das Gesetz von Hagen-Poiseuille:

$$\underbrace{I}_{Massestrom} = \frac{\pi\rho}{8\eta} \underbrace{R^4}_{Rohrradius} \frac{\overbrace{\Delta P}^{Druckdifferenz}}{\underbrace{l}_{Rohrlänge}}$$

- Beispiel: Blutgefäße (10^5 km)
- 20% geringerer Durchmesser => 2,5fach geringerer Blutdurchfluss

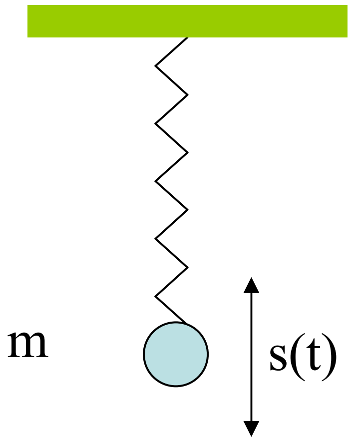
Schwingungen

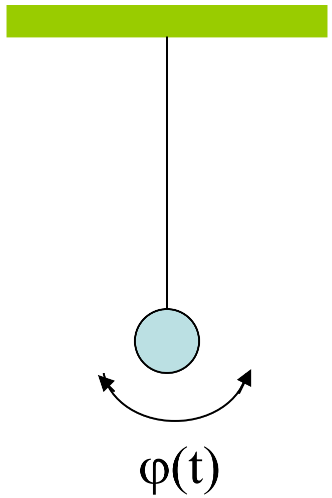
- Unter einer Schwingung versteht man eine periodische Bewegung um eine stabile Gleichgewichtslage, verursacht durch eine rücktreibende Kraft in die Gleichgewichtslage.
- Große technische Bedeutung (Zeitmessung, elektrischer Schwingkreis, Mischen, …)
- harmonische Schwingungen
- gedämpfte Schwingungen
- getriebene Schwingungen (Resonanzkatastrophe)

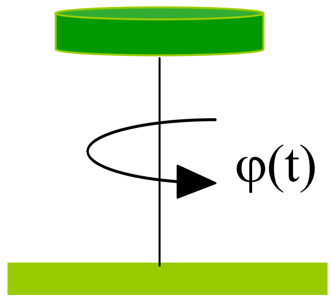
Schwingungen

Beispiele für einfache schwingungsfähige Gebilde sind :

Federpendel **Schwerependel** **Torsionspendel**





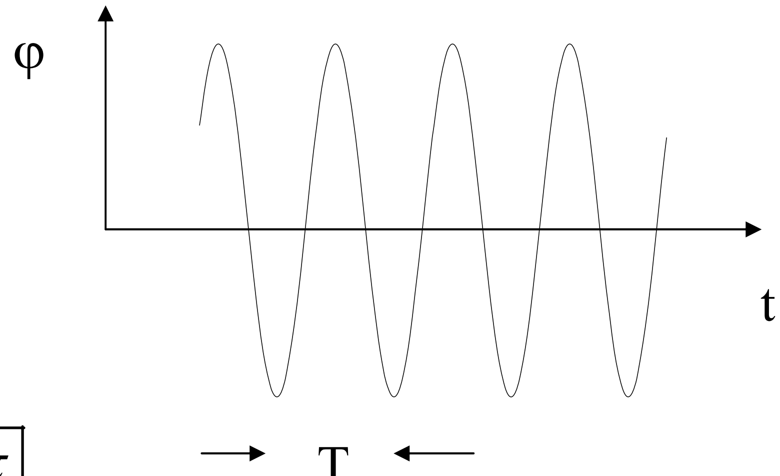


Im einfachsten Fall beobachtet man eine harmonische Schwingung mit einer Zeitabhängigkeit der Amplitude mit sin(ωt) bzw. cos(ωt)

(harmonische Schwingung = Rücktreibende Kraft ~ Auslenkung)

Experiment: Schwerependel auf Overhead-Schreiber

Man beobachtet eine **harmonische Schwingung**:



$$\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\omega t) \quad \text{mit} \quad \boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$$

ω = Kreisfrequenz (Radiant pro Sekunde) $[\omega] = \frac{1}{s} = Hz$

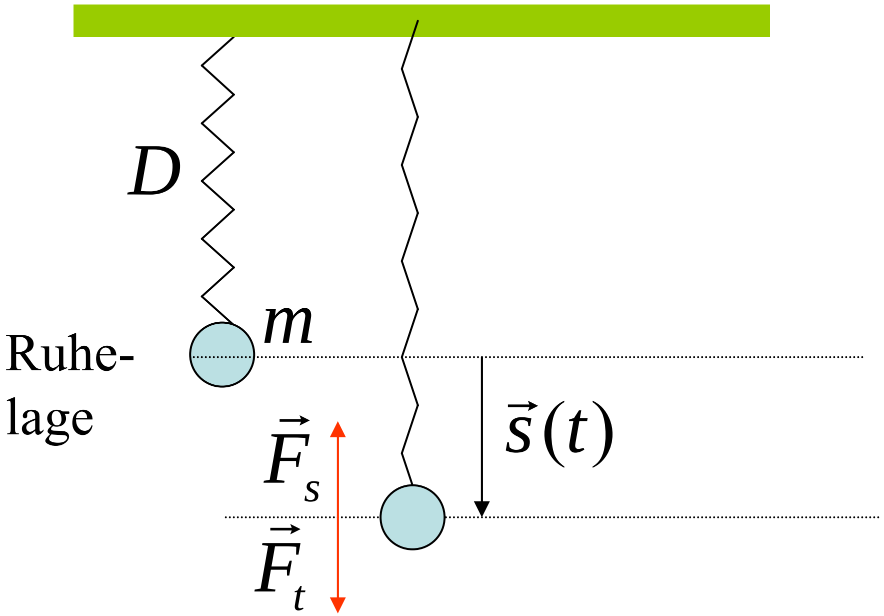
f = Frequenz (Anzahl Schwingungen pro Sekunde) $[f] = \frac{1}{s} = Hz$

T = Schwingungsdauer, Periodendauer, Periode

(Zeit für eine Schwingung) $[T] = s$

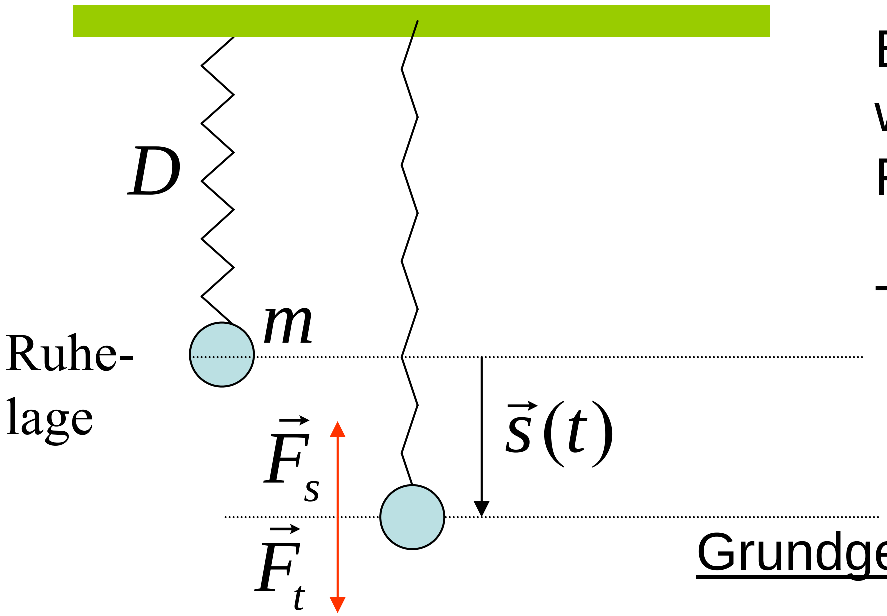
Federpendel

Am Beispiel des Federpendels soll das Aufstellen und Lösen der Bewegungsgleichung demonstriert werden.



Federpendel

Am Beispiel des Federpendels soll das Aufstellen und Lösen der Bewegungsgleichung demonstriert werden.



Bei Auslenkung wirken 2 Kräfte:

Federkraft: $\vec{F}_s = -D\vec{s}$

Trägheitskraft: $\vec{F}_t = -m\dfrac{d^2\vec{s}}{dt^2} = -m\ddot{\vec{s}}$

<u>Grundgesetz der Dynamik:</u> $\vec{F}_s + \vec{F}_t = 0$

$$-m\ddot{\vec{s}} - D\vec{s} = 0$$

mit $\omega = \sqrt{\dfrac{D}{m}}$ ergibt sich $\boxed{\ddot{\vec{s}} + \omega^2\vec{s} = 0}$

Diese Differentialgleichung ist die Bewegungsgleichung einer harmonischen Schwingung.

Schwingungsgleichung

$$\boxed{\ddot{\vec{s}} + \omega^2 \vec{s} = 0}$$

Grundgleichung einer harmonischen Schwingung ist eine homogene, lineare DGL 2. Ordnung.

- homogen = nur Terme mit Variable, kein konstanter Term
- linear = alle Ableitungen nur linear (keine Quadrate etc. der Ableitungen)
- 2. Ordnung = höchste Ableitung ist die zweifache

DGL **2.** Ordnung erfordert zur Lösung **2** Integrationen
$\Rightarrow$ **2** Integrationskonstanten
$\Rightarrow$ **2** Anfangsbedingungen
Das ist auch physikalisch sinnvoll, da ich immer die Auslenkung und die Anfangsgeschwindigkeit frei wählen kann!!

Lösung der Schwingungsgleichung

$$\boxed{\ddot{\vec{s}} + \omega^2 \vec{s} = 0}$$

Lösung der Schwingungsgleichung

$$\boxed{\ddot{\vec{s}} + \omega^2 \vec{s} = 0}$$

Lösungsansatz: $\vec{s}(t) = \vec{A}\sin(\omega t) + \vec{B}\cos(\omega t)$

$$\dot{\vec{s}} = \vec{A}\omega\cos(\omega t) - \vec{B}\omega\sin(\omega t)$$

$$\ddot{\vec{s}} = -\vec{A}\omega^2\sin(\omega t) - \vec{B}\omega^2\cos(\omega t)$$

Einsetzen in DGL

$$-\vec{A}\omega^2\sin(\omega t) - \vec{B}\omega^2\cos(\omega t) + \omega^2(\vec{A}\sin(\omega t) + \vec{B}\cos(\omega t)) = 0 \quad \text{q. e. d}$$

Bestimmung von $\vec{A}, \vec{B}$ aus den Anfangsbedingungen

$\vec{s}(t=0)$ und $\dot{\vec{s}}(t=0)$

$$\vec{s}(t=0) = \vec{B}\ , \ \ \dot{\vec{s}}(t=0) = \vec{A}\omega \Rightarrow \vec{A} = \frac{\dot{\vec{s}}(t=0)}{\omega}$$

Lösung der Schwingungsgleichung

Die Lösung der Schwingungsgleichung

$$\vec{s}(t) = \vec{A}\sin(\omega t) + \vec{B}\cos(\omega t)$$

lässt sich auch mit einer trigonometrischen Funktion und einer Phase schreiben

$$\vec{s}(t) = \vec{A}\sin(\omega t + \varphi)$$

Das können Sie zu Hause selbst nachprüfen.

Beachte: Wieder zwei Anfangsbedingungen frei wählbar.

Federpendel

$$\boxed{\ddot{\vec{s}} + \omega^2 \vec{s} = 0} \quad \text{mit } \omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$$

- Je größer D (härter die Feder), desto höher die Frequenz
- Je größer die Masse, desto langsamer die Schwingung

Typische Anfangsbedingungen:

Auslenken und ohne Schwung loslassen

$$=> \vec{s}(t=0) = \vec{s}_0 \quad \text{und} \quad \dot{\vec{s}}(t=0) = 0$$

$$=> \vec{s}(t) = \vec{s}_0 \cos(\sqrt{\frac{D}{m}}t)$$

Was sollten Sie aus Vorlesung 5 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Rotationsenergie**
  - $E_{Rot} = ½\, \theta\omega^2$
  - Analogie: $E_{Rot} \Leftrightarrow ½\, mv^2$ da $m \Leftrightarrow \theta$ und $v \Leftrightarrow \omega$
- **Druck**
  - hydrostatischer Druck geht in alle Richtungen (Pascalsches Prinzip)

$$P = \frac{F_N}{A} \quad , \quad [P] = \frac{N}{m^2} = Pa$$

- **Hydrostatisches Paradoxon**
  - Druck auf die Bodenfläche eines Gefäßes hängt nur von der Füllhöhe ab
  - Flüssigkeit in verbundenen Röhren steht immer gleich hoch

Was sollten Sie aus Vorlesung 5 mindestens gelernt haben/lernen?

- **hydraulische Presse**
- **Flüssigkeitsmanometer**
- **Auftrieb**
  - Archimedisches Prinzip: Ein Körper wird in Flüssigkeit um so viel leichter, wie die verdrängte Flüssigkeit wiegt.

$$F_{Auftrieb} = \rho g V$$

- **ideale Gasgleichung**

$$pV = nRT$$

Was sollten Sie aus Vorlesung 5 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Strömung**

  - Für inkompressible Flüssigkeiten und Gase wird die Strömung durch die Bernoulli-Gleichung beschrieben:

$$p + \rho g h + \frac{1}{2}\rho v^2 = 0$$

  - Für hohe Strömungsgeschwindigkeiten gilt:

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = const$$

  => hohe Strömungsgeschwindigkeit ⇔ niedriger Druck

- **hydrodynamisches Paradoxon**

Was sollten Sie aus Vorlesung 5 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Reibung bei laminarer Strömung, Viskosität**

$$F_R = \eta A \frac{\partial v}{\partial x} \quad \eta = \text{Viskosität, Zähigkeitskonstante}$$

- **Gesetz von Hagen-Poiseuille**
  - beschreibt Massestrom durch ein Rohr

$$\underbrace{I}_{Massestrom} \sim \underbrace{R^4}_{Rohrradius} \frac{\overbrace{\Delta P}^{Druckdifferenz}}{\underbrace{l}_{Rohrlänge}}$$

Was sollten Sie aus Vorlesung 5 mindestens gelernt haben/lernen?

- **Schwingungen**
  - periodische Bewegung um eine stabile Gleichgewichtslage
  - wenn Rückstellkraft ~ Auslenkung erhält man eine harmonische Schwingung
- **Schwingfähige Systeme**
  - Federpendel
  - Schwerependel
  - Torsionspendel
  - elektrischer Schwingkreis

Was sollten Sie aus Vorlesung 5+6 mindestens gelernt haben/lernen?

- **harmonische Schwingungsgleichung**
  - allgemeine Form $\boxed{\ddot{\vec{s}} + \omega^2 \vec{s} = 0}$

Federpendel $\omega = \sqrt{\frac{D}{m}}$

Schwerependel $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Torsionspendel $\omega = \sqrt{\frac{D^*}{\Theta}}$

Was sollten Sie aus Vorlesung 5+6 mindestens gelernt haben/lernen?

- **f, T, ω**
  - T = Periodendauer (Zeit für eine Schwingung), [T] = s
  - f = Frequenz, Schwingungen pro Sekunde, [f] = s^{-1} = Hz
  - ω = Kreisfrequenz
  - $\omega = 2\pi f$, $f = 1/T$
- **Energiebilanz harmonische Schwingungen**
  - die Gesamtenergie bleibt konstant
  - kinetische Energie wird in potenzielle Energie und umgekehrt umgewandelt
  - E_{kin} und E_{pot} oszillieren mit 2f