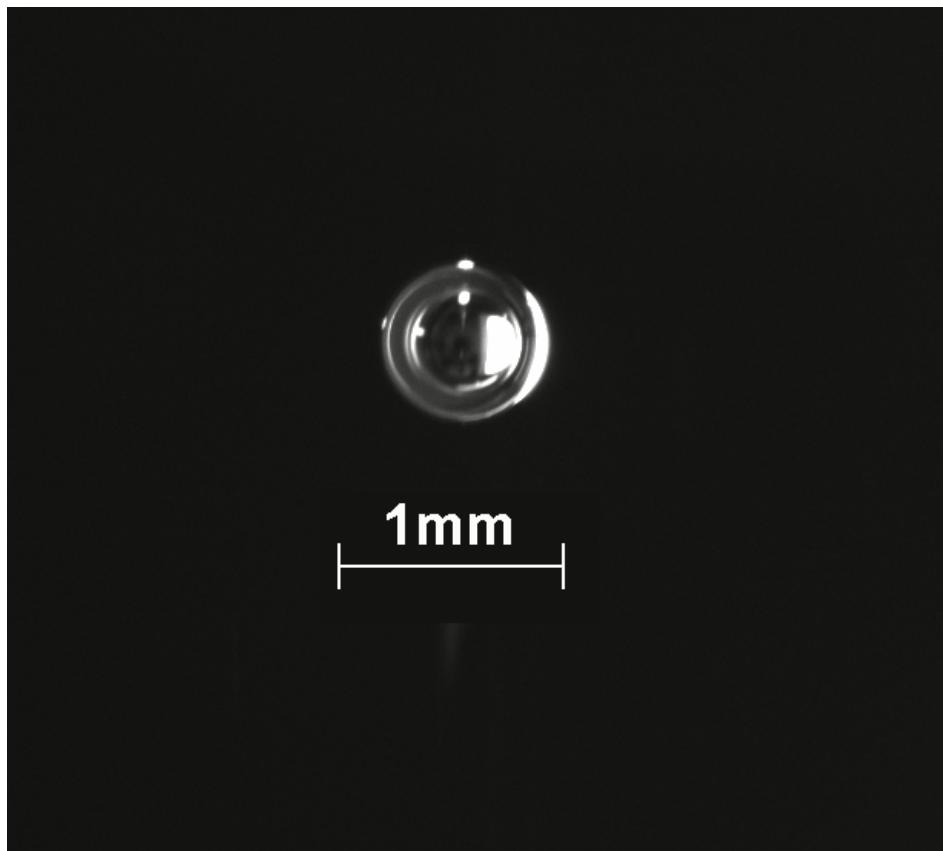


Experimentelle Untersuchungen zum Aufstiegsverhalten kleiner, fluider Kugeln in einer Drehkammer

Diplomarbeit

Nicolas Fries

Mai 2006



Betreuer: Prof. Dr.-Ing. F. Peters
Ruhr-Universität-Bochum
Institut für Thermo- und Flüssigkeitsdynamik
Strömungsmechanik

Inhaltsverzeichnis

1. EINLEITUNG	2
1.1 LITERATUR	4
1.2 DIE VORTEILE DER DREHKAMMER.....	9
2. THEORETISCHER TEIL.....	12
2.1. DIMENSIONSANALYSE UND KENNZAHLEN	12
2.1.1. Die starre, gehaltene Kugel.....	12
2.1.2 Die frei aufsteigende Kugel	15
2.1.3. Die freie, stabilisierte Kugel in der Drehkammer	19
2.2. MODELLE ZUR BESTIMMUNG DES WIDERSTANDES	22
2.2.1. Lösungen der Potentialtheorie für die Umströmung von Zylinder und Kugel	22
2.2.2. Berechnung des Widerstandes aus der Potentialtheorie durch Annahme einer Strömungsablösung	28
2.2.3. Die Stokessche Lösung für die kriechende Strömung	32
2.2.4. Die Hadamard-Rybczynski Theorie.....	34
2.3. STRÖMUNGSFORMEN UM DIE STARRE KUGEL BEI VERSCHIEDENEN REYNOLDS-ZAHLEN	36
2.4. DIE STANDARD DRAG CURVE, EMPIRISCHE FORMELN UND VERGLEICH DER VERSCHIEDENEN ANSÄTZE.....	38
3. EXPERIMENTELLER TEIL	41
3.1. GRUNDSÄTZLICHE ÜBERLEGUNGEN ZUM EXPERIMENT.....	41
3.2. VERSUCHSAUFBAU.....	47
3.2.1. Konstruktion der Drehkammer	47
3.2.2. Optischer Aufbau und Auswertung.....	52
3.2.3. Wasserqualität und Wasserwechsel	56
3.2.4. Andere Fluide (Öle, Ethanol...)	58
3.2.5. Erzeugung einer fluiden Kugel	60
3.2.6. Zerlegung und Reinigung der Drehkammer	61
4. ERGEBNISSE	64
4.1. MESSUNGEN AN STARREN KUGELN	64
4.2. MESSUNGEN AN FLUIDEN KUGELN [GAS IN FLÜSSIGKEIT]	66
4.3. MESSUNGEN AN FLUIDEN KUGELN [FLÜSSIGKEIT IN FLÜSSIGKEIT]	69
4.4. DEFORMATION DER FLUIDEN KÖRPER	70
4.5. FOLGERUNGEN	76
5. ZUSAMMENFASSUNG	79
6. QUELLEN	80
7. BENUTZTE FORMELZEICHEN.....	82
8. ABBILDUNGSVERZEICHNIS	85
9. TABELLENVERZEICHNIS	87
ANHANG	88

1. Einleitung

Die vorliegende Diplomarbeit beschäftigt sich mit der Umströmung von sphärischen, fluiden und starren Körpern bei deren freier Bewegung durch eine Flüssigkeit.

Seit etwa Anfang des letzten Jahrhunderts werden Untersuchungen an fluiden Kugeln, hierbei insbesondere Luftblasen in Wasser, vorgenommen. Der Fokus liegt dabei auf ihrer Aufstiegsgeschwindigkeit, oder aber dem Stoff- und Wärmeübergang zwischen den Phasen. Um diese Prozesse zu verstehen, ist es notwendig, die sich beim Aufstieg der Blase durch das Medium einstellende Umströmung zu analysieren.

Nachfolgend sollen einige Anwendungen genannt werden, bei denen fluide Kugeln vorkommen.

In Wasser eingebrachte Luftblasen sind ein Multiplikator für den Gasaustausch mit der Atmosphäre, weswegen Sprudelsteine in dicht besetzte Aquarien eingebracht werden, um den Sauerstoffbedarf der Fische zu decken. In einem größeren Maßstab treten solche Effekte auch in der Natur auf, wie beispielsweise in Wasserfällen, oder aber im Meer durch Wellenbrechen. Auch für technische Anwendungen sind diese Phänomene von großer Relevanz, so werden bei der Wasseraufbereitung und Reinigung – je nach Bedarf der Belüftung – größere Kontaktflächen zwischen Luft (bei der Aufbereitung auch Ozon) und Wasser durch Zweiphasenströmungen erreicht. Hierbei können beide Phasen das jeweils dispergierte Medium sein. Auch in der Verfahrenstechnik, unter anderem in Gas-Flüssig-Reaktoren, besteht der Bedarf, die strömungsmechanischen Prozesse der zwei Phasen besser zu verstehen.

Nicht immer sind Blasen in Flüssigkeiten erwünscht, sie können aus verschiedensten Gründen ungewollt auftreten. So entstehen sie durch mitgerissene Luft an freien Oberflächen (bei Befüllvorgängen), durch Undichtigkeiten in Unterdruckgebieten, durch Freisetzung von gelösten Gasen (z.B. CO₂ in Wasser), durch chemische Reaktionen, durch Kavitation, usw.. Wenn nun der Anteil der Luftblasen in einer Flüssigkeit, die durch eine Pumpe läuft, ein gewisses Maß überschreitet, so wirkt sich dieses nicht nur negativ auf die Pumpleistung aus, sondern kann die gesamte Maschine zerstören. Ähnliche Probleme bereitet die Volumenstrom- bzw. Massenstrommessung von gasbefrachteten Flüssigkeiten. Im mikroskopischen Maßstab (beispielsweise bei der Untersuchung kriechender Strömungen mit microPIV) können Luftblasen aufgrund der Kapillarwirkung die kleinen Kanäle verstopfen.

Das Studium der Blasen betrifft eine große Zahl von Teilespekten, die mehr oder weniger untersucht worden sind. Wenn man so will, kann man eine Hierarchie in der Komplexität der Probleme sehen. Ganz oben rangiert die volle 2-Phasenströmung mit multidispersen Blasen, die zusammenhängen oder auch nicht, und zudem Druck- und Schergradienten unterworfen sind. Darunter kämen Strömungen mit Blasenschwämmen, in denen die Blasen zwar vereinzelt sind, aber

immer noch so zahlreich, dass sie sich gegenseitig beeinflussen. An der Basis der Hierarchie hätte man dann die individuelle Blase unter verschiedensten Strömungsbedingungen.

An dieser Basis setzt die vorliegende Diplomarbeit an, da das Verhalten von Einzelblasen noch nicht vollständig verstanden ist. Alle bisher gewonnenen Erkenntnisse sind bei Messungen in Wassersäulen entstanden. In der Gruppe von Prof. Peters wurde jedoch ein neuartiges Experiment zur Untersuchung von Einzelblasen entwickelt. In diesem Versuchsaufbau, der auch Drehkammer genannt wird, lassen sich Blasen in einer Rotationsströmung stabilisieren. Hier durch können fluide Kugeln eines sehr hohen Oberflächenalters erzeugt werden. Da vermutet wird, dass das Alter der Oberfläche einen starken Einfluss auf die vorliegenden Randbedingungen (und damit der Umströmung) hat, besteht das Interesse bei den Messungen die tatsächliche Endgeschwindigkeit („terminal velocity“) bestimmen zu können.

Strömungsmechanisch gesehen gehören Flüssigkeiten, die in einer anderen Flüssigkeit dispergiert sind, zum selben Thema. Da sich auch diese in der Drehkammer stabilisieren lassen, wurden sie mit untersucht, und so eine umfangreiche Datensammlung von Aufstiegsgeschwindigkeiten fluider Kugeln unterschiedlichster Stoffkombinationen gewonnen.

1.1 Literatur

Die phänomenologische Beschreibung des Blasenaufstiegs in Flüssigkeiten ist oftmals vorgenommen worden. Sie folgt meist dem Diagramm, das in dem Buch von Clift et al.[1] auf Seite 172 abgedruckt ist. (Trotz des Alters ist dieses Buch nach wie vor das Standardwerk schlechthin.) Für Luft in Wasser ergibt sich danach etwa folgende Einteilung.

Durchmesser in mm	Form und Bewegung
bis ca. 1.3	Geringe Abweichung von der Kugelform, geradliniger Aufstieg
bis ca. 5	Deutlich oblate Form, spirale Bewegung
bis 15	Schwingende, oblate Form, fast geradliniger Aufstieg
oberhalb 15	Übergang zu Kappenblasen, fast geradliniger Aufstieg

Tabelle 1.1: Form und Bewegung von Luftblasen

An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, dass im Kap. 4.4. dieser Arbeit genauer auf die verschiedenen Gestalten fluider Kugeln eingegangen wird.

Um das komplexe Feld der Zweiphasenströmungen besser zu verstehen, bietet es sich an, an der Basis, also bei einzelnen Blasen, die eine geringe Abweichung von der Kugelform aufweisen, anzufangen. Das Studium der individuellen Blasen zerlegt sich wieder in viele Teilespekte. Dies liegt daran, dass die Blase ein deformierbares Gebilde (ganz im Gegensatz zur Kugel) mit einer physikalisch-chemisch nicht neutralen Oberfläche ist. Die ins Wasser gebrachte Blase stellt für die Strömung keine fixe Vorgabe dar, sondern eine Ausgangssituation oder Anfangsbedingung, aus der sich in einem transienten Prozess eine Form entwickelt, die nicht immer stationär ist. Dieser transiente Vorgang unterliegt aber nicht nur hydrodynamischen Einflüssen, sondern auch physikalisch-chemischen Prozessen, die die freie Grenzfläche nutzen, um die freie Energie des Systems zu minimieren. Insbesonders Letztere sind weitestgehend unerforscht.

Sogar der durch die Kugelform und den geradlinigen Aufstieg kleiner Blasen erweckte Eindruck einfacher Strömungsverhältnisse ist eine Illusion. Die Verblüffung des Experimentators ist groß, wenn er feststellt, dass sich kleine Blasen oft wie starre Kugeln verhalten, oftmals aber auch nicht. Alle Untersuchungen an Blasen beinhalten den Referenzfall der kleinen Luftblase, die in Wasser aufsteigt. Die häufig zitierten ältesten Daten sind von Allen aus dem Jahre 1900 [2]. Allen bestimmte die Aufstiegsgeschwindigkeiten von kleinen Blasen (Durchmesser < 0.3 mm) in Wasser bzw. Anilin. Die Blasen wurden mit einer Kapillare erzeugt und die Geschwindigkeit wurde über eine Aufstiegsstrecke gemittelt. Die Wasserqualität wurde noch nicht beachtet. Er bekam in beiden Fällen eine gute Übereinstimmung mit starren Kugeln, die er bei kleinen Reynolds-Zahlen durch das Stokessche Widerstandsgesetz ($24/Re$) beschrieb. Die Daten für Wasser sind in Abbildung 1.2 im Vergleich mit anderen Daten eingetragen. Eine Erklärung dieses verblüffenden Verhaltens

wurde nicht gefunden. Die experimentellen Bedingungen waren einfach, aber so einleuchtend, dass sie im Prinzip in vielen späteren Experimenten wiederholt wurden.

Bryn [3] untersuchte im Jahre 1933 in ähnlicher Weise die Aufstiegsgeschwindigkeit von Blasen in Wasser, in Wasser/Glyzerin und in Wasser/Alkohol Mischungen. Er nahm eine Einteilung in kleine, mittelgroße und große Blasen vor und beschrieb ihr generelles Verhalten. Es fiel ihm auf, dass kleine, kugelförmige Blasen von dem Verhalten starrer Kugeln abweichen können und dass dies auch von dem Medium abhängt. (Offenbar hatte er das Verhalten starrer Kugeln erwartet). Er spricht schon eine Vermutung über "die Neubildung der Oberflächenschicht" aus, kommt aber zu keiner weiteren Erklärung. (Wasserdaten s. Abbildung 1.2)

Die ersten Vermutungen darüber, warum das Verhalten kleiner Blasen dem starrer Kugeln ähneln kann, werden Levich zugeschrieben. Er publizierte darüber in den vierziger Jahren in Russisch. Die Ideen finden sich in einer Monographie aus dem Jahre 1962 [4] wieder, oder zusammengefasst in einem Übersichtsartikel im Annual Revue of Fluid Mechanics aus dem Jahre 1969 [5]. Die Argumentation läuft auf Folgendes hinaus: Wenn die Blase den Widerstand einer starren Kugel hat, so muss sie der Strömung dieselbe Randbedingung bieten, d.h. die Geschwindigkeit an der Oberfläche muss verschwinden. Dies könnte durch so genannte grenzflächenaktive Substanzen geschehen. Diese Substanzen (heute würde man sie auch als Tenside oder surfactants beschreiben) sind zunächst im Wasser verteilt. Bietet sich eine freie Grenzfläche, so sammeln sie sich dort, weil sie auf diese Weise die freie Energie des Systems erniedrigen. Alkohol z.B. löst sich in Wasser. Entsteht eine freie Oberfläche, so konzentriert sich der Alkohol in der Oberfläche auf, um die freie Energie zu erniedrigen. Die Ansammlung kann zu einer regelrechten Schicht führen, die sich von den Scherkräften der Strömung nicht mehr fortbewegen lässt. Die Wirkung der schichtbildenden Substanzen muss laut Levich von den nicht gelösten Substanzen unterschieden werden, die eine Art Haut bilden.

Den Überlegungen Levichs folgten experimentelle Arbeiten, die zeigten, dass gründliche Wassерreinigung tatsächlich höhere Aufstiegsgeschwindigkeiten liefern kann. In den fünfziger Jahren wurden viele Untersuchungen im David Taylor Model Basin zu verschiedenen Blasengrößen in "pure systems" durchgeführt. Dazu gehören die von Haberman and Morton [6]. Sehr kleine Blasen nähern sich den Werten für starre Kugeln, während größere Blasen sehr viel schneller als Kugeln gleicher Dichte aufsteigen. Die Aufstiegsgeschwindigkeiten kleiner Kugeln werden auch von Redfield and Houghton [7] bestätigt (s. auch Graph in Clift et al. [1, Seite 133]). Die Daten sind in Abbildung 1.2 wiedergegeben.

Peebles and Garber [8] veröffentlichten 1953 umfangreiche experimentelle Daten zu Aufstiegsgeschwindigkeiten von Luftblasen in verschiedenen Flüssigkeiten wie Wasser, Öle und verdünnte Öle, um den Fall Wasser zu relativieren. Zum Vergleich ihrer Ergebnisse mit starren

Kugeln benutzten sie den Widerstandskoeffizienten als Funktion der Reynolds-Zahl. Für nahezu kugelförmige kleine Blasen fanden sie keine gute, aber eine tendenzielle Übereinstimmung mit starren Kugeln mit einer Neigung zu kleineren Widerstandsbeiwerten (größeren Aufstiegsgeschwindigkeiten). Die Vielfalt der Fälle brachte kaum Licht in die Problematik. Die Autoren beklagen selbst, dass bei der Fülle der physikalischen Einflüsse eine Interpretation der Daten nicht möglich sei. Insofern ist die Arbeit eine Datenquelle ohne weiterführende Einsichten.

Interessant in diesem Zusammenhang ist eine Arbeit von Robinson [9] aus dem Jahre 1947, die sich nicht auf Wasser, sondern auf Schmieröl bezieht. Robinson ließ kleine Blasen in Öl ohne bzw. in Öl mit Additiven aufsteigen. Er fand eine "bremsende" Wirkung der Additive, die er darauf zurückführt, dass die Additive sich an der Blasenoberfläche sammeln und zu einer Versteifung führen, die wie die Oberfläche einer starren Kugel wirkt.

Eine wegweisende experimentelle Arbeit erschien 1969 von Aybers und Tapucu [10]. Sie untersuchten kleine Luftblasen in Wasser in einem relativ großen Tank, wobei sie zum ersten Mal die Aufstiegsgeschwindigkeit in verschiedenen Höhen bestimmten. Sie fanden, dass die Aufstiegsgeschwindigkeit keineswegs konstant ist, sondern nach Ablösen der Blase von einer Kapillare zunächst auf ein Maximum ansteigt, um dann asymptotisch gegen einen Grenzwert abzufallen, der als "terminal velocity" bezeichnet werden kann (sofern er wirklich erreicht wird). Diese Arbeit hat den Gedanken etabliert, dass man den Aufstieg als einen transienten Vorgang sehen muss, der eben nicht nach dem Start sofort stationär abläuft. Die Autoren sehen in dem Ablösemechanismus von der Kapillare eine mögliche Erklärung, da die Ablösung mit einer starken Anfangsverformung einhergeht. Es wird aber auch der erwähnte Anlagerungsprozess von Substanzen erwähnt, der ebenfalls transient ablaufen dürfte. Unabhängig von dieser Arbeit verwiesen Bachhuber and Sanford [11] 1974 darauf, dass man die Geschwindigkeit gleich oberhalb des Ablösepunktes messen müsse, weil auf diese Weise die "Alterung" der Blasen, also die Anlagerung, unterbunden werden könne. (Die in dieser Arbeit veröffentlichten Daten sind leider durch ihre Darstellung nicht auslesbar.)

Duineveld [12] ist es 1995 offenbar erstmals gelungen, einen wirklich konsistenten und deutlichen Unterschied zwischen der Aufstiegsgeschwindigkeit kleiner Blasen in "reinem" und der in gewöhnlichem Wasser zu messen (s. Abbildung 1.2). Über alle Größen hinweg steigen die Blasen in reinem Wasser sehr viel schneller auf. Duineveld führt das Ergebnis auf den großen Aufwand bei der Wasseraufbereitung zurück. Er bezeichnet sein Wasser als "hyperclean", mit einem spezifischen Widerstand von $18,2 \text{ M}\Omega\text{cm}$ und weniger als 10 ppb organischen Partikeln, ohne allerdings darauf einzugehen, was nun genau den Unterschied zwischen den Wassern ausmacht. Offenbar hat sich an seinen Blasen irgendetwas nicht angelagert, was in normalem Wasser der Fall wäre. Es bleibt offen, was das genau ist.

Danach (1996) führten Maxworthy et al. [13] Experimente mit destilliertem Wasser ("distilled") und Wasser/Glycerin Mischungen durch. Die Wasserdaten zeigen bei kleinen Blasen (<0.7mm) das Verhalten starrer Kugeln. Darüber hinaus werden die Blasen aber viel schneller und erreichen Duinevelds Geschwindigkeiten (s. Abbildung 1.2). Dieses Mischverhalten wurde auch schon im David Taylor Model Basin beobachtet (s.o.); dieses zu beurteilen ist jedoch schwierig. Möglicherweise hat eine Restkonzentration von "surfactants" auf kleinere Blasen einen größeren (oder schnelleren) Einfluss.

Die Frage der Oberflächenanreicherung von Blasen in Flüssigkeiten ist nicht auf das System Luft in Wasser beschränkt. Es wurden bereits die Untersuchungen in Öl [9] erwähnt. Ybert and di Meglio [14] berichteten 1998 über aufsteigende Blasen in Proteinlösungen. Sie fanden, dass die Blasen (mit einem gewissen Zeitverhalten) wie starre Kugeln aufsteigen. Die Erklärung ist hier einfacher als im Luft/Wassersystem. Die Proteine bilden eine regelrechte Schicht an der Oberfläche, von der sich sogar die Flächenkonzentration angeben lässt. In einem weiteren paper [15] untersuchen sie, welchen Einfluss Alkohole auf die Proteinschicht haben. Sie zeigen, dass auch eine Remobilisierung der Oberfläche möglich ist. Diese Arbeit darf als der Versuch gesehen werden, die starken Oberflächeneffekte kleiner Blasen in ganz neuen Zusammenhängen (Eiweiße) zu erkennen, woraus im Umkehrschluss möglicherweise Anwendungen folgen könnten.

Zusammenfassend muss man feststellen, dass die experimentellen Untersuchungen zum Aufstieg kleiner Blasen kein einheitliches Bild liefern. Die Daten weisen große Differenzen auf, die zu Vermutungen, aber noch nicht zu Erklärungen führen. Die eigentliche Ursache dieser Situation ist die mangelnde Vergleichbarkeit bzw. Reproduzierbarkeit von Experimenten.

- Die Größenbestimmung der Blasen erfolgt immer indirekt über die Erzeugung z.B. per Kapillare.
- Das Ablöseverhalten der Blase beim Start wird nicht näher untersucht. Hier kann Deformation eine Rolle spielen, die sich nach der Ablösung einschwingt. Es ist aber auch vorstellbar, dass die Oberfläche - je nach Startzeit - mehr oder weniger "frisch" ist.
- Die Größenänderung der Blase während des Aufstiegs unter Druck- und Diffusionseinfluss wird erwähnt aber nicht berücksichtigt.
- Die meisten Experimente nehmen nicht zur Kenntnis, dass die Blase keinen stationären Aufstiegszustand erreicht. Meist wird eine "terminal velocity" vorausgesetzt.
- Die größte Unsicherheit besteht bei Luft/Wasser Experimenten hinsichtlich der Struktur der Blasenoberfläche. Man weiß weder, welche Substanzen sich in der Oberfläche anlagern, noch wie es zu einer mechanisch starren Oberfläche kommt. Eine systematische Untersuchung in dieser Richtung fehlt.

Die theoretische Behandlung der Umströmung kleiner Blasen ist umfangreich [1]. Stets dient die Umströmung kleiner Kugeln als Referenzfall, was dazu geführt hat, dass wie bei Kugeln meist der Widerstandsbeiwert als Funktion der Reynolds-Zahl ermittelt wird, ausgehend von der Stokesschen Lösung für kleine Reynolds-Zahlen ($24/\text{Re}$). Theoretisch-strömungsmechanisch gesehen, interessieren die Oberflächeneffekte im Detail nicht, solange eine eindeutige Randbedingung an der Oberfläche angegeben werden kann. Dies ist bei der Kugel der Fall und wäre es auch bei der Blase, ginge man davon aus, dass die Grenzfläche zwischen Gas und Flüssigkeit keine Schubspannung aufnehmen kann. Treibt hingegen die Außenströmung über die Grenzfläche eine nennenswerte Innenströmung in der Blase an, so baut sich eine Schubspannung auf, die als Lösung des Strömungsproblems (innen/außen) und nicht als Randbedingung zu verstehen ist. Dies wird von der analytischen Lösung von Hadamard/Rybczynski (s. in [1]) erfasst, die allerdings nur für kleine Reynolds-Zahlen gilt. Haas et al [16] bleiben bei kugelförmigen Blasen in einem erweiterten Reynolds-Zahlbereich. Die grundlegenden Arbeiten von Moore [17,18] gehen über dies hinaus, indem sie neben der beweglichen Oberfläche auch eine mäßige Verformung der Blase als Teil der Lösung mitberechnen.

Die Arbeit von Fdhila and Duineveld [19] ist ein erster Versuch, die Versteifung der Oberfläche unter Zuhilfenahme von Transportgleichungen zu modellieren. Sie machen die Annahme, dass auf der Unterseite der Blase durch "surfactants" eine "spherical cap" entsteht, die die Oberfläche teilweise versteift und zu einem Gradienten der Oberflächenspannung führt, der durch eine Schubspannung zu kompensieren ist und deshalb bremsend wirkt. Im Vergleich zu Experimenten stimmen die numerischen Ergebnisse zwar recht gut. Die Modellierung enthält allerdings einige Unwägbarkeiten und die Experimente weisen die oben diskutierten Schwächen auf. Die Autoren konstatieren, dass die Modellierung der Transportvorgänge i.a. zu kompliziert ist, um Lösungen erwarten zu lassen.

Eine Übersicht über den Stand der theoretischen Möglichkeiten liegt von Magnaudet and Eames vor [20].

1.2 Die Vorteile der Drehkammer

Die Drehkammer löst einige der im Literaturteil aufgeworfenen Fragen, die im Zusammenhang mit dem am meisten untersuchten System „Luftblase in Wasser“ besprochen werden sollen.

Im Diagramm (Abbildung 1.2) ist die Aufstiegsgeschwindigkeit von Luftblasen in Wasser über dem Durchmesser aufgetragen. Die durchgezogene Linie entspricht der Geschwindigkeit, die für eine starre Kugel zu erwarten wäre. Die Symbole repräsentieren die Messungen der angegebenen Autoren, die allesamt in Wassersäulen ermittelt wurden. Eine Ausnahme bilden die Messungen von Peters und Biermann [24], bei deren Geschwindigkeitsbestimmung die Drehkammer zum Einsatz kam.

Nun zeigt sich, dass für kleine Durchmesser die Geschwindigkeit einer starren Kugel mit der von Luftblasen nahezu übereinstimmt. Für größere Durchmesser hingegen (etwa ab 0,6mm), steigen die Luftblasen deutlich schneller auf als die starren Kugeln.

Eine mögliche Erklärung dieses Phänomens ist, wie in Kap. 1.1 bereits angesprochen, dass die Oberfläche einer Blase unter gewissen Umständen nicht mehr – wie zu erwarten wäre – beweglich ist, sondern sich wie eine starre Schicht verhält.

In Abbildung 1.1 sind die Unterschiede für die Strömung zwischen starrer und beweglicher Oberfläche grafisch dargestellt. Bei beweglicher Oberfläche bildet sich eine Innenströmung in der fluiden Kugel aus, die den Strömungswiderstand verkleinert. Daher treten in diesen Fällen höhere Aufstiegsgeschwindigkeiten auf.

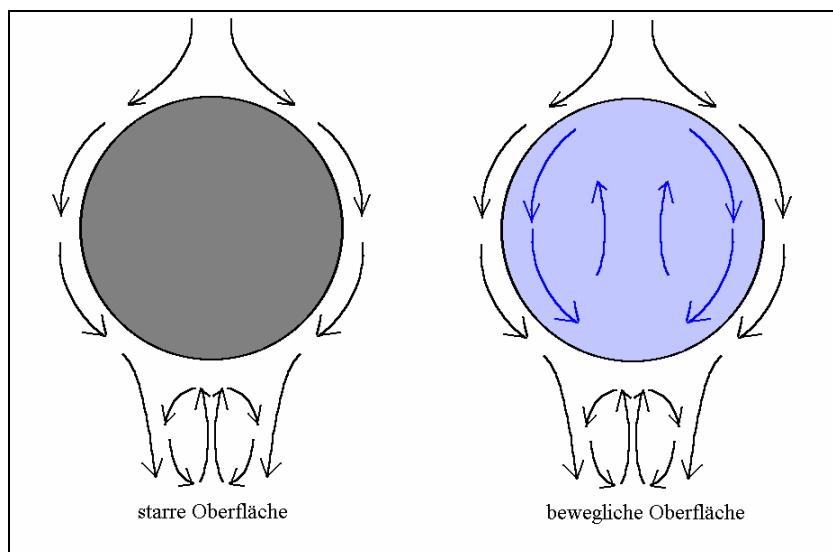


Abbildung 1.1 : Strömungen bei starrer und beweglicher Oberfläche

Eine Möglichkeit die Unterschiede zwischen großen und kleinen Blasen zu erklären ist wie folgt: In Wassersäulen wird die Aufstiegsgeschwindigkeit auf bestimmten Höhen gemessen. Falls nun das Alter der Oberfläche einen Einfluss auf das Verhalten der Luftblasen hat, da sich beispielsweise Fremdstoffe (in der englischen Literatur: surfactants) nach und nach anlagern, würde folgendes Problem bestehen. Weil kleinere Luftblasen aufgrund ihrer Größe länger brauchen, um den Messpunkt zu erreichen, könnte hier auf ein relativ hohes Oberflächenalter geschlossen werden. Große Blasen steigen hingegen mit einer größeren Geschwindigkeit auf, würden dabei entsprechend auch keine oder nur weniger surfactants aufnehmen können und damit auch schneller als eine entsprechende starre Kugel sein.

Diese Theorie wird dadurch bekräftigt, dass die von Peters und Biermann [24] in der Drehkammer gemessenen Daten für alle Größen das Verhalten starrer Kugeln erkennen lassen. Dieses erklärt sich durch die Funktionsweise der Drehkammer, da in ihr auch für große Luftblasen sehr hohe Oberflächenalter erreicht werden.

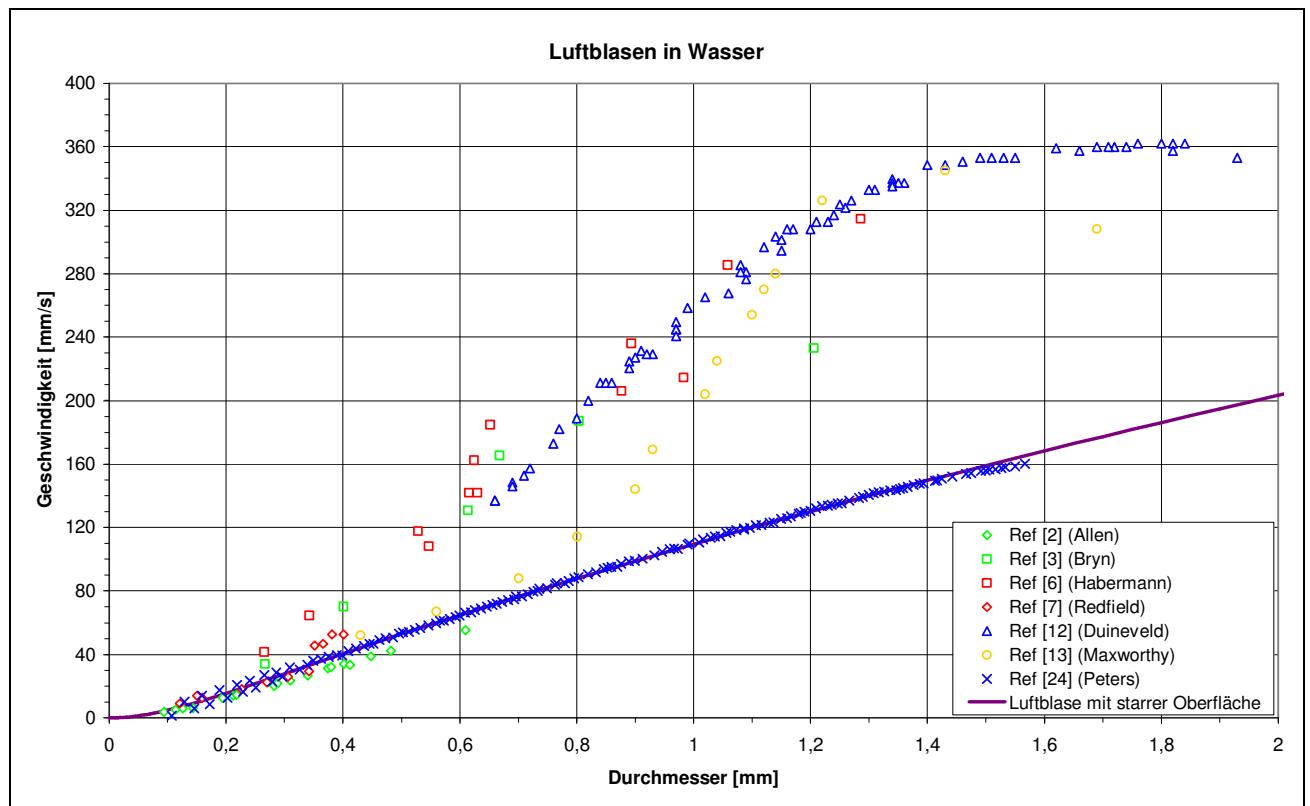


Abbildung 1.2: Messungen der Aufstiegsgeschwindigkeit von Luftblasen in Wasser

Somit besticht die Messung der Geschwindigkeiten in der Drehkammer durch einige Vorteile.

- Da die Position der fluiden Kugel präzise bestimmt werden kann, sind sehr exakte Geschwindigkeitsmessungen möglich.
- Die Größenbestimmung erfolgt auf optischem Wege, und ist sehr genau. Es stehen zwei Verfahren (über die Mie-Streuung und die scharfe Abbildung) zur Verfügung.
- Die Deformation der fluiden Körper wird bei der optischen Größenbestimmung mit erfasst.
- Die Beobachtung des Verhaltens von fluiden Körpern ist sehr komfortabel möglich, Effekte wie das „zig zaging“ etc. können aufgenommen und dokumentiert werden.
- Bei der Erzeugung der fluiden Kugeln treten keine Probleme durch instationäres Verhalten bei der Ablösung von der Kapillare auf.
- In der Drehkammer herrscht ein konstanter Druck, weswegen dieser im Gegensatz zu Wassersäulen nicht berücksichtigt werden muss.
- Durch die Stabilisierung der fluiden Kugeln werden sehr hohe Oberflächenalter erreicht, so dass die tatsächlichen Endgeschwindigkeiten gemessen werden.

Ausgehend von diesen Feststellungen, soll in dieser Arbeit den Gründen für die „Verfestigung“ der Oberfläche weiter nachgegangen werden.

2. Theoretischer Teil

2.1. Dimensionsanalyse und Kennzahlen

2.1.1. Die starre, gehaltene Kugel

Bei der Untersuchung strömungsmechanischer Probleme ist es stets von großem Interesse in wie weit sich bekannte Lösungen eines Problems auf unbekannte übertragen lassen. Da oft sehr viele Parameter wie z.B. Viskosität und Dichte der vorkommenden Fluide, Abmessungen eines Flügels oder Fluggeschwindigkeiten vorkommen, und viele Variablen wie Auftriebskraft, Druckverteilung oder Temperaturen bestimmt werden sollen, wird das Problem schnell unübersichtlich. Um eine Ordnung in das System zu bringen, bietet sich die Anwendung der Dimensionsanalyse an, die oft auch unter dem Namen Buckinghamsches Pi Theorem bekannt ist.

Dazu ist es wichtig folgende Begriffe zu unterscheiden:

-Einflussparameter sind Größen, die vorgegeben werden, und so die Strömung bestimmen. Hierzu können z.B. die Geometrie, die festgelegte Fahrgeschwindigkeit oder verschiedene Stoffparameter gehören.

-Strömungsvariablen sind die aus der Strömung (mit den Einflussparametern) folgenden Größen, wie z.B. die Druckverteilung an der Körperoberfläche.

-Kennzahlen sind geeignete, dimensionslose Kombinationen von Einflussparametern, die dazu dienen, eine Strömung zu charakterisieren. Sind alle relevanten Kennzahlen zweier verschiedener Strömungen gleich, so lassen sich – wenn die Strömungsvariablen einer Strömung bekannt sind – die Strömungsvariablen der anderen bestimmen.

Die Umströmung einer Kugel, die an einem Stab fest montiert ist und in eine Strömung der Geschwindigkeit U gehalten wird, soll hier als erstes Beispiel dienen. Zunächst muss entschieden werden, welche Phänomene in der Analyse beachtet werden sollen. In dem hier gezeigten Fall soll lediglich die Impulsbilanz benutzt werden. Die vielen anderen untersuchbaren Phänomene, wie z.B. der Wärmeübergang oder Stoffdiffusion, sollen ignoriert werden. Für diesen Fall sind die Einflussparameter die Anströmgeschwindigkeit U , der Kugeldurchmesser d sowie die Stoffwerte μ und ρ .

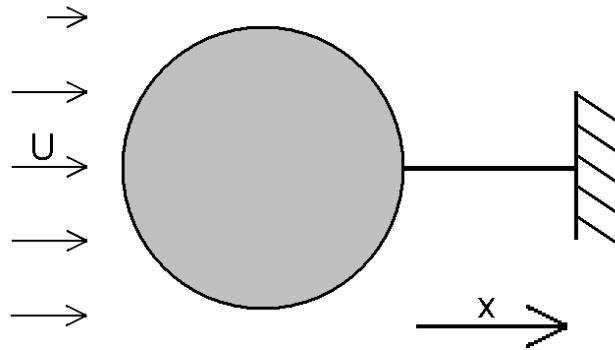


Abbildung 2.1: Starre, gehaltene Kugel

Da der Impuls der Kugel sich nicht ändert, muss die Summe aller Kräfte verschwinden. Stellt man die Kräftebilanz in x Richtung für die am Stab festgehaltene Kugel auf, so erhält man

$$0 = \int_A p \, dA + \int_A \tau_{\text{Wand}} \, dA + F_{\text{stab}} . \quad (2.1)$$

Hierbei entspricht der erste Teil der Gleichung dem Druckintegral über die Kugeloberfläche, auf der Vorderseite zählt er positiv. Der mittlere Teil der Gleichung integriert die Schubspannungen, der letzte Teil berücksichtigt die angreifende Stabkraft. Ihre Summe muss im stationären Fall gleich Null sein. Im nächsten Schritt müssen Normierungen durch Einflussparameter gefunden werden, damit man eine dimensionslose Gesamtgleichung erhält. In unserem Fall bieten sich z.B. an

$$\bar{A} = \frac{A}{\pi \frac{d^2}{4}} \quad (2.2)$$

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\mu \frac{U}{d}} \quad (2.3)$$

$$\bar{p} = \frac{p}{\frac{\rho}{2} U^2} \quad (2.4)$$

Setzt man diese Normierungen nun in Gl. (2.1) ein, so folgt

$$0 = \frac{\rho}{2} U^2 \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \int_A \bar{p} \, d\bar{A} + \frac{U \cdot \mu \cdot \pi d}{4} \cdot \int_A \bar{\tau}_{\text{Wand}} \, d\bar{A} + F_{\text{stab}} . \quad (2.5)$$

Nach Division durch den Vorfaktor wird die Gleichung dimensionslos

$$0 = \int_A \bar{p} d\bar{A} + \frac{2\mu}{U d\rho} \cdot \int_A \bar{\tau}_{Wand} d\bar{A} + \frac{F_{stab}}{\frac{\rho}{2} \cdot U^2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}} . \quad (2.6)$$

Hieraus erkennt man sofort die für diesen Fall relevante Kennzahl, die Reynolds-Zahl

$$Re = \frac{U \cdot d \cdot \rho}{\mu} = \frac{U \cdot d}{v} . \quad (2.7)$$

Der rechte Teil der Gleichung wird auch als dimensionsloser Widerstandsbeiwert c_w bezeichnet

$$c_w = \frac{F_{stab}}{\frac{\rho}{2} \cdot U^2 \cdot \frac{\pi d^2}{4}} . \quad (2.8)$$

Die normierte Gleichung lautet also

$$0 = \int_A \bar{p} d\bar{A} + \frac{2}{Re} \cdot \int_A \bar{\tau}_{Wand} d\bar{A} + c_w . \quad (2.9)$$

Der angesprochene Widerstandsbeiwert sollte aber nicht mit einer Kennzahl verwechselt werden, da er mit der Kraft F eine Strömungsvariable enthält. Er ist eine Funktion der Reynolds-Zahl und Teil der Lösung, nicht der Problembeschreibung.

2.1.2 Die frei aufsteigende Kugel

Im nächsten Abschnitt soll die bereits für eine festgehaltene Kugel durchgeführte Herleitung auf eine freie, in Flüssigkeit aufsteigende starre Kugel umgewandelt werden. Der Auftrieb muss nun berücksichtigt werden; es kommen als Einflussparameter die Dichte der Kugel und die Erdbeschleunigung g hinzu.

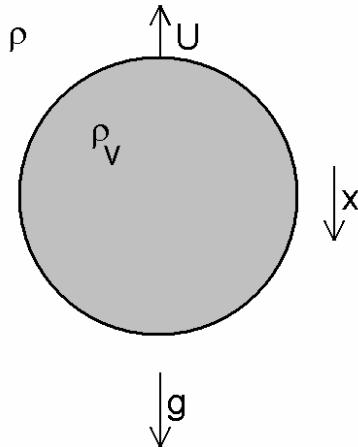


Abbildung 2.2: Die freie, starre Kugel

Da sich im stationären Fall analog zu Gl. (2.1) alle angreifenden Kräfte ausgleichen müssen, kann man folgende Kräftebilanz aufstellen

$$0 = \int_A p \, dA + \int_A \tau \, dA + \int_V g \rho_v \, dV . \quad (2.10)$$

Der erste Term stellt hierbei wieder den über die Oberfläche des Volumens integrierten Druck dar; im Fall der aufsteigenden Kugel also den Druckanteil der Strömung und den hydrostatischen Druckanteil. Der zweite Term berücksichtigt die an der Oberfläche angreifenden Scherkräfte, der letzte Term die Volumenkräfte, also die Gewichtskraft der Masse. Weitere Kräfte greifen nicht an, da die Kugel im Vergleich zu vorangegangener Herleitung frei ist, und nicht am Stab gehalten wird. Die auftretende Volumenkraft lässt sich in den hydrostatischen Anteil und den Strömungsanteil zerlegen

$$0 = \int_A p_{\text{Strömung}} \, dA + \int_A p_{\text{hydrostatisch}} \, dA + \int_A \tau \, dA + \int_V \rho_v \, g \, dV . \quad (2.11)$$

Um das hydrostatische Druckintegral zu vereinfachen, lässt sich ein Gedankenexperiment durchführen. Es soll der scheinbar triviale Fall betrachtet werden, bei dem ein stehendes Volumen exakt die gleiche Dichte wie das umgebende Fluid hat. In diesem Fall sind die Druckkraft aus der Strömung sowie die Scherkräfte gleich Null (da keine Bewegung vorhanden), es gilt also

$$\int_A p_{\text{hydrostatisch}} \, dA = -\rho \cdot g \cdot V . \quad (2.12)$$

Betrachtet man nun wieder den Fall der aufsteigenden Kugel, so gilt die eben aufgestellte Gleichung für den hydrostatischen Druckanteil immer noch, denn der Druck des umgebenden Fluids auf die Oberfläche hat sich ja nicht verändert. Nun gilt

$$0 = \int_A p_{\text{Strömung}} dA + \int_A \tau dA + (\rho_v - \rho) \cdot g \cdot V . \quad (2.13)$$

Auch hier müssen wieder Normierungen angewendet werden, um die Gleichung dimensionslos zu machen. Betrachtet man aber die vorhin angewendeten Gl. (2.2) bis (2.4), so stellt man fest, dass diese U enthalten, wobei U jetzt nur als Strömungsvariable, nicht jedoch als Einflussparameter zugelassen ist. Nun gibt es zwei Möglichkeiten der Normierung von U selbst: Einerseits durch die Fallgeschwindigkeit durch eine Länge $d/2$, andererseits durch eine aus der Viskosität und d gebildete Geschwindigkeit. Beide Varianten sollen hier (mit ihren Vorteilen) vorgestellt werden, zuerst jedoch die Normierung über die Fallgeschwindigkeit

$$\bar{U} = \frac{U}{\sqrt{gd}} . \quad (2.14)$$

Es folgt

$$\bar{p} = \frac{p}{\frac{\rho}{2} gd} \quad (2.15)$$

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\frac{\mu}{d} \sqrt{gd}} \quad (2.16)$$

$$\bar{A} = \frac{A}{\pi \frac{d^2}{4}} . \quad (2.17)$$

Durch Einsetzen erhält man

$$0 = \frac{\rho g d \pi d^2}{8} \cdot \int_A \bar{p}_{\text{Strömung}} d\bar{A} + \frac{\sqrt{gd} \mu \pi d}{4} \cdot \int_A \bar{\tau} d\bar{A} + (\rho_v - \rho) \cdot g \cdot V , \quad (2.18)$$

und nach Division durch den Faktor vor dem Druckintegral

$$0 = \int_A \bar{p}_{\text{Strömung}} d\bar{A} + \frac{2\mu}{\rho \cdot d \cdot \sqrt{gd}} \cdot \int_A \bar{\tau} d\bar{A} + \frac{\rho_v - \rho}{\rho} \cdot \frac{4}{3} . \quad (2.19)$$

Da die übrig bleibenden Kennzahlen nicht im gleichen Term stehen, müssen sie getrennt betrachtet werden. Es zeigt sich also, dass die Strömung durch zwei Zahlen beschrieben wird, nämlich durch

$$\text{die Galilei-Zahl } Ga = \frac{g \cdot d^3}{v^2} , \quad (2.20)$$

und durch die Dichtekennzahl $\frac{\rho_v - \rho}{\rho}$,

mit denen Gl. (2.19) übergeht in

$$0 = \int_A \bar{p}_{\text{Strömung}} dA + \frac{2}{\sqrt{Ga}} \cdot \int_A \bar{\tau} dA + \frac{\rho_v - \rho}{\rho} \cdot \frac{4}{3}. \quad (2.21)$$

Möchte man nun gemessene, bzw. vorhergesagte Werte in einem Diagramm darstellen, so bietet es sich an, die Galilei-Zahl als Abszisse und die dimensionslose Geschwindigkeit als Ordinate zu benutzen. Doch auch die Dichtekennzahl muss beachtet werden, sie lässt sich als Kurvenscharparameter verwenden. Dies zeigt nachfolgendes Diagramm für feste Kugeln, ein Vorgriff auf experimentelle Ergebnisse, die im Folgenden noch genauer beschrieben werden sollen.

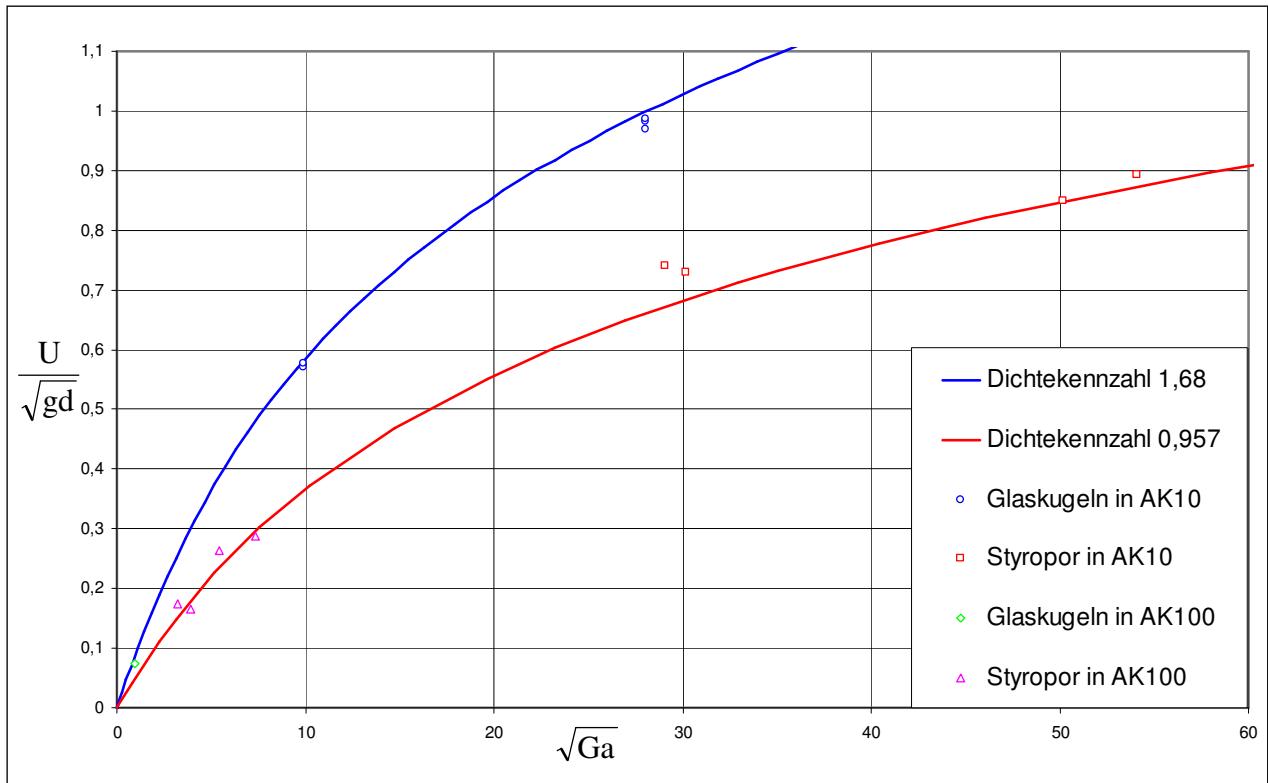


Abbildung 2.3: Dimensionslose Geschwindigkeit über der Galilei-Zahl, mit der Dichtekennzahl als Kurvenscharparameter

Um dem Dilemma, dass sich verschiedene Dichteverhältnisse nicht auf einer Kurve darstellen lassen, zu entgehen, bietet es sich an, die vorhin angesprochene zweite Variante der Normierung von U auszuführen. Man greift in vorhergehender Rechnung bei Gl. (2.14) nochmals ein. Da U nun nicht mehr durch die Fallgeschwindigkeit, sondern durch die Viskosität und d normiert wird, ergibt sich ein vollkommen anderes Bild

$$\bar{U} = \frac{U \cdot d}{v} \quad (2.22)$$

$$\bar{p} = \frac{p}{\frac{\rho}{2} \left(\frac{v}{d} \right)^2} \quad (2.23)$$

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\mu} \frac{v}{d^2} \quad (2.24)$$

$$\bar{A} = \frac{A}{\pi \frac{d^2}{4}} \quad (2.25)$$

Nach Einsetzen erhält man

$$0 = \frac{\rho v^2 \pi d^2}{2 d^2 4} \cdot \int_A \bar{p}_{\text{Strömung}} d\bar{A} + \frac{\mu v \pi d^2}{d^2 4} \cdot \int_A \bar{\tau} d\bar{A} + \frac{(\rho_v - \rho) g d^3}{6}. \quad (2.26)$$

Dividiert man durch den Vorfaktor bleibt

$$0 = \int_A \bar{p}_{\text{Strömung}} d\bar{A} + 2 \cdot \int_A \bar{\tau} d\bar{A} + \frac{4}{3} \frac{(\rho_v - \rho) g d^3}{\rho v^2}. \quad (2.27)$$

Hierbei hat sich die Abhängigkeit auf eine Kennzahl reduziert, die Archimedes-Zahl

$$Ar = \frac{(\rho_v - \rho) g d^3}{\rho v^2}, \text{ oder auch } Ar = \frac{\Delta \rho}{\rho} Ga. \quad (2.28)$$

Nun können sämtliche Werte in einem Diagramm auf einer einzigen Kurve dargestellt werden, die Notwendigkeit eines Scharparameters entfällt. Dieses soll in nachfolgendem Diagramm verdeutlicht werden, wobei nun als Ordinate konsequenterweise die Normierung über die Viskosität und d benutzt wird. Man beachte, dass die normierte Geschwindigkeit die Form einer Reynolds-Zahl hat, aber keine Kennzahl ist.

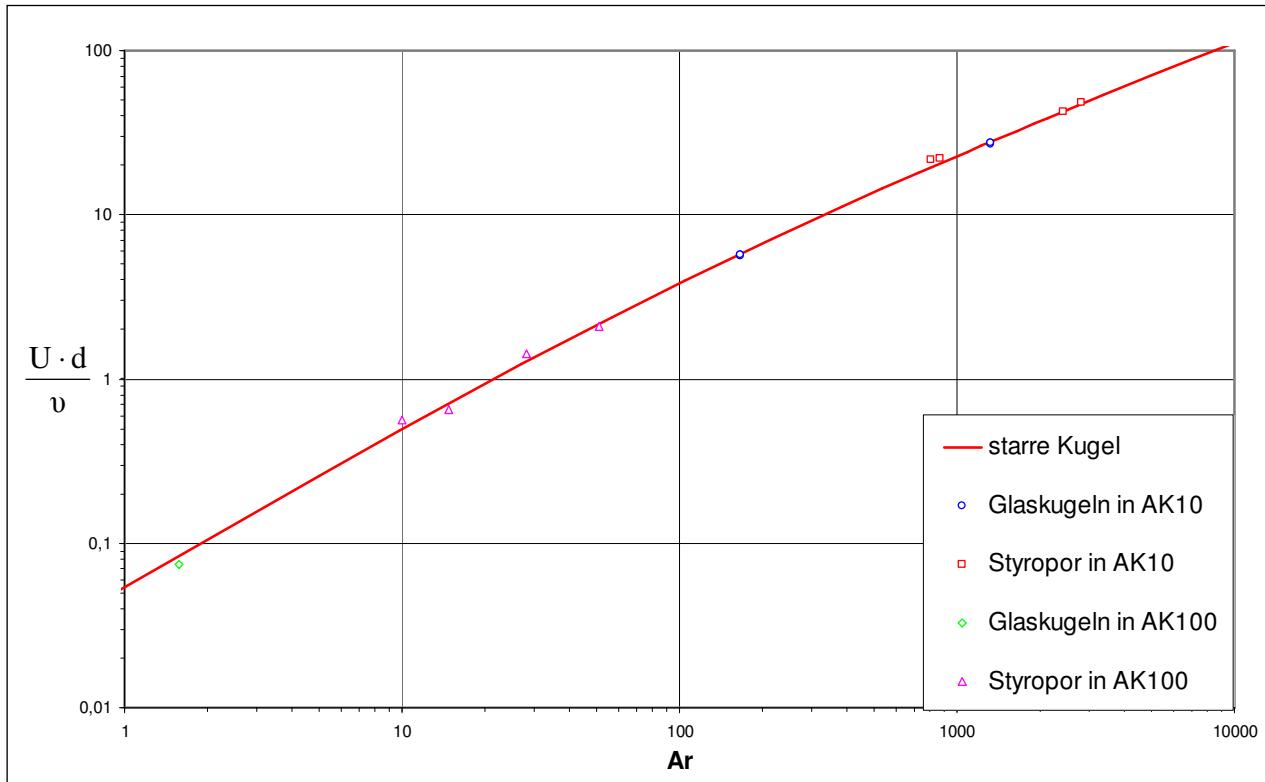


Abbildung 2.4: Dimensionslose Geschwindigkeit über der Archimedes-Zahl

2.1.3. Die freie, stabilisierte Kugel in der Drehkammer

Nun soll die bisher durchgeführte Herleitung der Kennzahlen auf den Fall einer Kugel erweitert werden, die sich in der Drehkammer an einem Ort stabilisiert. Hierbei muss berücksichtigt werden, dass die Position, in der sich die Kugel stabilisiert, nicht notwendiger Weise auf einer Horizontalen durch die Drehkammermitte liegen muss. Die Abweichung von der Horizontalen wird in folgender Herleitung durch den Winkel φ symbolisiert, der aber kein Parameter, sondern eine gesuchte Strömungsvariable ist. Im Vorgriff auf Versuchsergebnisse sei erwähnt, dass φ klein ist. Bei der vorhergehenden Herleitung für die frei aufsteigende Kugel wurde die Aufstiegsgeschwindigkeit U benutzt, die nun durch das Produkt $\omega \cdot r$ ersetzt wird. Die Winkelgeschwindigkeit ω ist vorgegeben, der Radius r ist eine gesuchte Strömungsvariable.

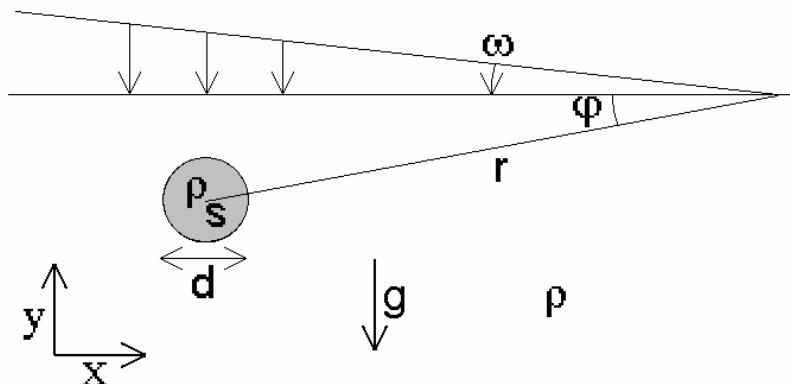


Abbildung 2.5: Kugel in der Drehkammer

Zunächst soll analog zu den vorangegangenen Fällen die Kräftebilanz über die Kugeloberfläche in y-Richtung betrachtet werden

$$0 = - \int_A p \, dA - \int_A \tau \, dA - (\rho_s - \rho)g \frac{\pi d^3}{6} + \rho r \omega^2 \sin(\varphi) \frac{\pi d^3}{6}. \quad (2.29)$$

Die ersten drei in der Gleichung auftretenden Terme sind die gleichen wie in Gl. (2.13). Hierbei sind die Vorzeichen umgekehrt, da die Achsrichtung anders definiert ist (siehe Abbildungen). Der letzte Term berücksichtigt die nur in der Drehkammer auftretende Fliehkraft, die auf das umströmende Medium wirkt. Hierdurch entsteht ein unterschiedlicher Druck auf der der Kammermitte zugewandten, und der äußeren Seite der Kugel. Da die resultierende Kraft versucht, die Kugel direkt in Richtung Kammermitte zu drücken, geht sie mit dem $\sin(\varphi)$ für die y-Richtung ein. Analog zur vorherigen Verfahrensweise bei der frei aufsteigenden Kugel (Gleichungen 2.13 bis 2.19), versucht man nun geeignete Normierungen zu finden, um die Gleichung zu entdimensionieren. Hierbei muss beachtet werden, dass r und φ Teil der Lösung

sind, und somit nicht in den Kennzahlen vorkommen dürfen. An dieser Stelle bieten sich drei Normierungen für die Geschwindigkeit an

$$\bar{U} = \frac{\omega r}{\omega d}, \quad (2.30)$$

$$\bar{U} = \frac{\omega r}{\sqrt{gd}}, \text{ sowie} \quad (2.31)$$

$$\bar{U} = \frac{\omega r}{v/d}. \quad (2.32)$$

Alle drei vorgestellten Normierungen sind an sich gleichwertig und zulässig, doch hat die Benutzung der dimensionslosen Geschwindigkeit Gl. (3.32) den Vorteil, dass die damit folgende Gleichung sehr handlich ist und nur noch von einer Kennzahl abhängt. Wählt man nun also Gl. (3.32) und wendet sie auf die Normierungen aus letztem Kapitel für Druck, Schubspannung und Fläche (Gl. (2.2) bis (2.4)) an, so folgt für die normierten Größen

$$\bar{p} = \frac{p}{\frac{p}{2} \frac{v^2}{d^2}} \quad (2.33)$$

$$\bar{\tau} = \frac{\tau}{\mu \frac{v/d}{d}} \quad (2.34)$$

$$\bar{A} = \frac{A}{\pi \frac{d^2}{4}}. \quad (2.35)$$

Durch Einsetzen in die ursprüngliche Impulsbilanz für die y-Richtung (Gl. 2.29) ergibt sich

$$0 = -\frac{\rho v^2 \pi}{8} \cdot \int_A \bar{p} d\bar{A} - \frac{\mu v \pi}{4} \cdot \int_A \bar{\tau} d\bar{A} - \Delta \rho g \frac{\pi d^3}{6} + \rho \frac{\bar{U} v \omega \pi d^2}{6} \sin(\varphi). \quad (2.36)$$

Nach Division durch den Faktor vor dem dimensionslosen Druckintegral erhält man

$$0 = - \int_A \bar{p} d\bar{A} - \int_A 2\bar{\tau} d\bar{A} - \frac{4g}{3} \frac{d^3}{v^2} \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{4}{3} \bar{U} \frac{d^2 \omega}{v} \sin(\varphi). \quad (2.37)$$

Hierbei entspricht der mittlere Teil der Gleichung der in Gl. (2.28) vorgestellten Archimedes-Zahl. Im letzten Teil kann die dimensionslose Geschwindigkeit noch mit Gl. (2.32) ersetzt werden, wobei man schließlich Folgendes erhält

$$0 = - \int_A \bar{p} d\bar{A} - \int_A 2 \bar{\tau} d\bar{A} - \frac{4}{3} Ar + \frac{4}{3} \left(\frac{\omega r}{v/d} \right)^2 \left(\frac{d}{r} \right) \sin(\varphi). \quad (2.38)$$

Wenn der Winkel φ nun klein ist, und diese Tatsache ist in den Experimenten zu beobachten, läuft der Sinus im letzten Teil der Gl. (2.38) gegen Null, und der Term verschwindet. Die Strömung ist ausschließlich von der Archimedes-Zahl abhängig. Somit ist gezeigt, dass für diesen Fall die Strömung in der Drehkammer asymptotisch in die Lösung der frei aufsteigenden Kugel übergeht (Gl. (2.27)). Dieses gilt allerdings nur, wenn der Faktor vor dem Sinus nicht gleichzeitig zu groß wird.

Zuletzt soll nun noch auf die x-Richtung (horizontal) eingegangen werden. Aus der Kräftebilanz

$$0 = \int_A p dA + \int_A \tau dA - \rho r \omega^2 \cos(\varphi) \frac{\pi d^3}{6}, \quad (2.39)$$

und den gleichen Normierungen wie oben (Gl. (2.32) bis (2.35)) erhält man

$$0 = \frac{\rho v^2 \pi}{8} \cdot \int_A \bar{p} d\bar{A} + \frac{\mu v \pi}{4} \cdot \int_A \bar{\tau} d\bar{A} - \frac{\bar{U} \rho v \omega \pi d^2}{6} \cos(\varphi). \quad (2.40)$$

Nach Division durch den Faktor vor dem dimensionslosen Druckintegral erhält man

$$0 = \int_A \bar{p} d\bar{A} + \int_A 2 \bar{\tau} d\bar{A} - \bar{U} \frac{4}{3} \frac{d^2 \omega}{v} \cos(\varphi). \quad (2.41)$$

Erneut kann man Normierung 2.32 anwenden, um den letzten Term etwas umzuschreiben

$$0 = \int_A \bar{p} d\bar{A} + \int_A 2 \bar{\tau} d\bar{A} - \frac{4}{3} \left(\frac{\omega r}{v/d} \right)^2 \left(\frac{d}{r} \right) \cos(\varphi). \quad (2.42)$$

Für den Fall kleiner Winkel φ darf nun – anders als bei der Bilanz in y-Richtung – der letzte Term nicht vernachlässigt werden, der Cosinus geht gegen Eins.

2.2. Modelle zur Bestimmung des Widerstandes

In dem nachfolgenden Abschnitt sollen verschiedene Modelle zur Berechnung der Umströmung von Kugeln vorgestellt werden. Jedes dieser Modelle basiert auf vereinfachenden Annahmen, die notwendig sind, um die strömungsmechanischen Grundgleichungen lösen zu können. So wird beispielsweise bei der Potentialtheorie eine gänzlich drehungsfreie Strömung angenommen. Bei der kriechenden Strömung ist die Reynolds-Zahl hingegen sehr klein, so dass die Trägheitsanteile in den Navier-Stokes-Gleichungen herausfallen. Die Lösungen für die verschiedenen Modelle sollen am Ende dieses Kapitels miteinander und mit experimentellen Daten verglichen werden, um eine Aussage über deren Gültigkeit für den für Luftblasen relevanten Bereich zu treffen.

2.2.1. Lösungen der Potentialtheorie für die Umströmung von Zylinder und Kugel

Zunächst soll die Grundgleichung der Potentialtheorie im zweidimensionalen Fall hergeleitet werden. Hierzu betrachtet man eine drehungsfreie Strömung mit

$$\text{Kontinuitätsgleichung: } \operatorname{div} \vec{u} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (2.43)$$

$$\text{Drehungsfreiheit: } \operatorname{rot} \vec{u} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0. \quad (2.44)$$

Durch Differentiation von Gl. (2.43) nach x und (2.44) nach y, sowie anschließende Subtraktion, lässt sich die Laplacesche Potentialgleichung in der Form

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \text{ bzw. } \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = 0 \quad (2.45)$$

finden. Um diese zu lösen, ist es zweckmäßig zunächst die Potentialfunktion Φ , sowie die Stromfunktion Ψ einzuführen, die durch

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \text{ und } v = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \text{ bzw.} \quad (2.46)$$

$$u = \frac{\partial \Psi}{\partial y} \text{ und } v = -\frac{\partial \Psi}{\partial x} \quad (2.47)$$

definiert sind. Es lässt sich zeigen, dass die Potentiallinien, definiert durch $\Phi = \text{const.}$, stets senkrecht auf den Linien $\Psi = \text{const.}$ stehen. Linien konstanter Stromfunktion werden als Stromlinien bezeichnet, sie entsprechen also tatsächlich der Bahn eines Fluidteilchens.

Da die Laplacesche Potentialgleichung im Gegensatz zu vielen anderen wichtigen Gleichungen der Strömungsmechanik (wie Euler- oder Navier-Stokes-Gleichungen) linear ist, lassen sich aus elementaren Lösungen durch einfache Addition zusammengesetzte Lösungen bilden. Sind also die Potential- und Stromfunktion bzw. das Geschwindigkeitsfeld einer „elementaren“ Strömung, wie beispielsweise einer Quellströmung oder eines Potentialwirbels bekannt, so lassen sich deren Lösungen direkt addieren. Dieses erklärt die Einfachheit, mit der sich auch komplexe Strömungen wie die nun vorgestellten berechnen lassen.

Durch Überlagerung einer ebenen Quell- (Abbildung 2.6) und einer ebenen Senkenströmung entsteht ein so genannter Dipol (Abbildung 2.7).

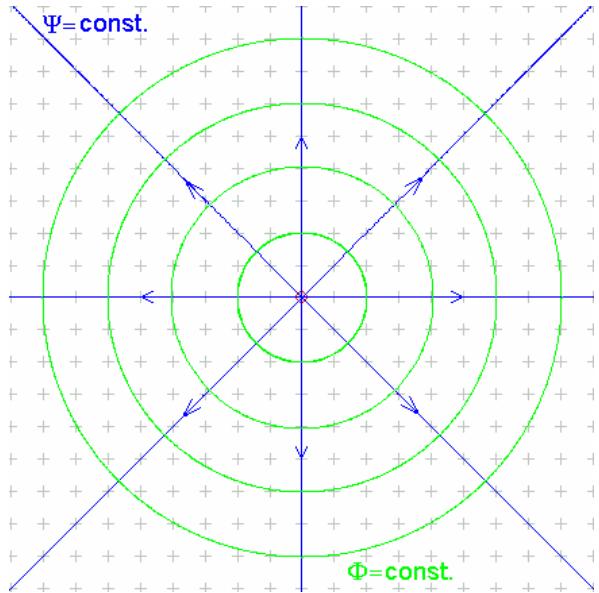


Abbildung 2.6: Quellströmung

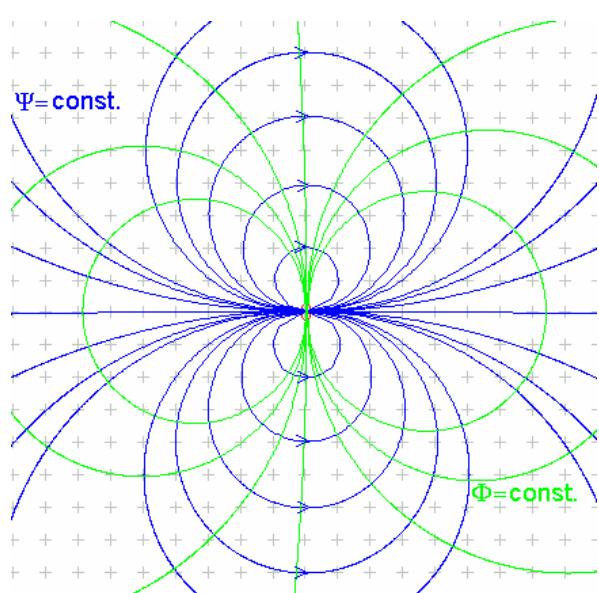


Abbildung 2.7: Quell+Senkenströmung=Dipol

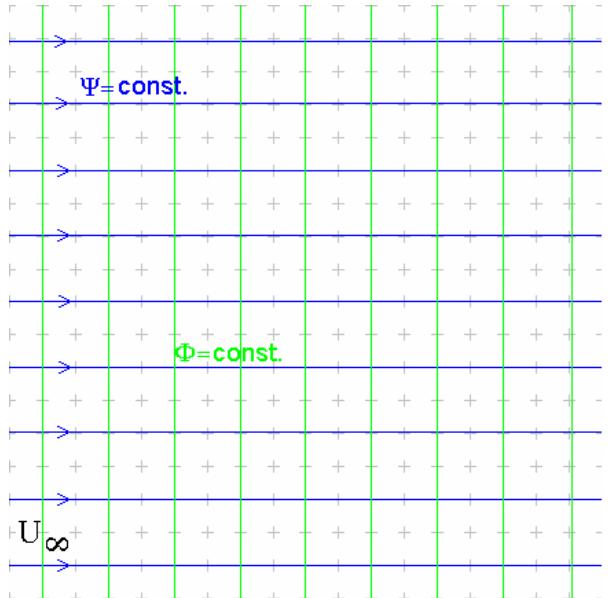


Abbildung 2.8: Translationsströmung

Wird diesem Dipol nun wiederum eine parallele Translationsströmung (Abbildung 2.8) überlagert, so entsteht ein Strömungsfeld, welches mit einer zweidimensionalen Umströmung eines Zylinders verglichen werden kann.

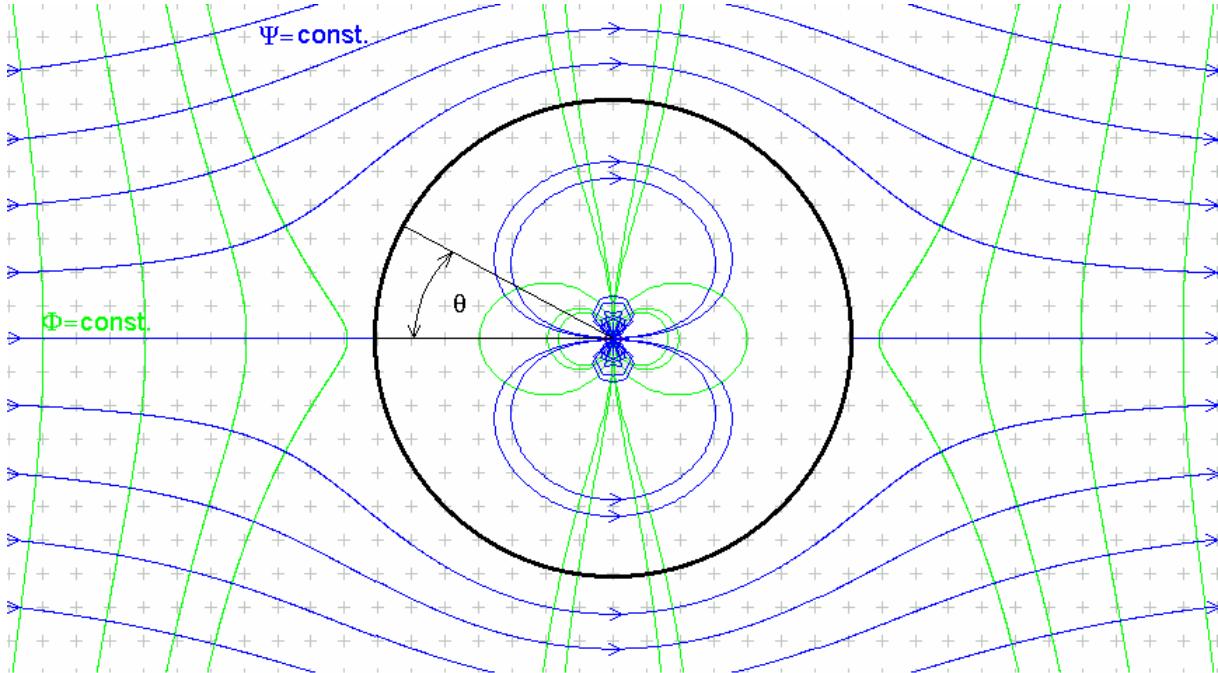


Abbildung 2.9: Lösung der Potentialtheorie für die Zylinderumströmung

Die Abbildungen 2.6 - 2.9 wurden mit einem JAVA - applet erstellt, das in [28] zu finden ist. Doch sind im Allgemeinen nicht nur die grafischen Lösungen von Interesse, sondern auch das Geschwindigkeitsfeld, und in diesem Fall besonders die Druckverteilung, die sich daraus berechnen lässt.

In einem kartesischen Koordinatensystem ergeben sich die Geschwindigkeitsanteile durch direkte Überlagerung einer Translationsströmung mit einem Dipol (wie zuvor beschrieben) zu

$$u(x, y) = U_{\infty} + \frac{M}{2\pi} \cdot \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2} \quad , \text{ und} \quad (2.48)$$

$$v(x, y) = \frac{-M}{2\pi} \cdot \frac{2xy}{(x^2 + y^2)^2} \quad . \quad (2.49)$$

Hierbei ist das Dipolmoment $\frac{M}{2\pi}$ ein Maß für die Stärke des Dipols, und damit für die Größe des erzeugten Kreises. Man sucht zuerst den vorderen Staupunkt der Strömung, indem man $u(x, y) = 0$ setzt. Es folgt dann für die x-Koordinate des Staupunktes (und damit den Radius des entsprechenden Kreises)

$$x_s = r_{\text{Kreis}} = \sqrt{\frac{M}{2\pi \cdot U_\infty}} . \quad (2.50)$$

Definiert man nun entsprechend Abbildung 2.9 den Winkel θ , und berechnet die Geschwindigkeits-Komponenten auf der Kontur des Kreises, so erhält man aus Gl. (2.48) und (2.49)

$$u_K(\theta) = 2U_\infty \sin^2(\theta) \quad (2.51)$$

$$v_K(\theta) = -2U_\infty \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) . \quad (2.52)$$

Diese beiden Komponenten setzt man nun zu der Gesamtgeschwindigkeit

$$U_K(\theta) = 2U_\infty \sin(\theta) \quad (2.53)$$

zusammen. Durch Anwenden der Gleichung von Bernoulli (inkompressibel, ohne statischen Druckterm)

$$\frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} U^2 = \text{const.} \quad (2.54)$$

langs einer Stromlinie, lässt sich der Druck als Funktion der Geschwindigkeit ausdrücken. Insbesondere gilt mit Gl. (2.53) und (2.54) entlang der Oberfläche (Index k)

$$p_k(\theta) - p_\infty = \frac{\rho}{2} U_\infty^2 (1 - 4 \sin^2(\theta)) . \quad (2.55)$$

Diese Druckdifferenz wird in dimensionsloser Form als Druckbeiwert geschrieben

$$c_p = \frac{2(p_k - p_\infty)}{\rho U_\infty^2} = 1 - 4 \sin^2(\theta) . \quad (2.56)$$

Dieses Ergebnis ist zusammen mit der Lösung für die Kugelumströmung, die nun hergeleitet wird, in Abbildung 2.10 dargestellt.

Die Potentialtheorie lässt sich auch im dreidimensionalen Raum anwenden. Von besonderem Interesse ist hierbei natürlich die Umströmung einer Kugel. Hierzu muss zuerst die Laplacesche Potentialgleichung für die nun drei räumlichen Geschwindigkeitskomponenten u, v und w neu geschrieben werden. Man beginnt mit der Kontinuitätsgleichung

$$\text{div}(\vec{U}) = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 . \quad (2.57)$$

Die Drehungsfreiheit $\text{rot } \vec{u} = 0$ muss aufgrund der drei Dimensionen hier in drei Gleichungen erfasst werden

$$\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \quad \text{und} \quad \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0. \quad (2.58)$$

Analog zum zweidimensionalen Fall, erhält man durch Differentiation und Subtraktion die drei entsprechenden Laplaceschen Grundgleichungen

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0, \quad \text{und} \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0. \quad (2.59)$$

Nun führt man die Potentialfunktion ein, die definiert ist über

$$u = \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \Phi}{\partial y}, \quad \text{und} \quad w = \frac{\partial \Phi}{\partial z}. \quad (2.60)$$

Anders als im ebenen Fall, ist es nicht möglich eine Stromfunktion Ψ einzuführen, da sich die Drehungsfreiheit ja nun in drei Gleichungen wiederfindet. Zur Berechnung der Umströmung einer Kugel durch Superposition von Lösungen (dreidimensionaler Dipol und Translationsströmung) ist diese aber auch nicht erforderlich. Hierzu reicht die Potentialfunktion aus.

Das Kugelpotential in Polarkoordinaten ist in [30] als

$$\Phi_{\text{Kugel}} = U_\infty \left(r + \frac{r_0^3}{2r^2} \right) \cos(\theta^*) \quad (2.61)$$

angegeben. Hierbei ist r_0 der Radius der Kugel, r der Abstand zur Kugelmitte, und θ^* der Positionswinkel vom hinteren Teil der Kugel aus definiert. Durch Differenzieren erhält man die tangentiale Geschwindigkeitskomponente

$$U_{\text{Kugel,tan}}(\theta^*) = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_{\text{Kugel}}}{\partial \theta^*} = -U_\infty \left(1 + \frac{r_0^3}{2r^3} \right) \sin(\theta^*). \quad (2.62)$$

Es folgt, dass sich die tangentiale Geschwindigkeit an der Kugeloberfläche zu

$$U_{\text{Kugel,tan}}(\theta^*) = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi_{\text{Kugel}}}{\partial \theta^*} = -\frac{3}{2} U_\infty \sin(\theta^*) \quad (2.63)$$

ergibt. Der radiale Geschwindigkeitsanteil verschwindet.

Die Erklärung für das negative Vorzeichen in Gl. (2.63) ist, dass der Winkel θ^* in mathematisch korrekter Weise (vom Ende der Kugel aus) definiert wurde, also genau entgegengesetzt der in

Abbildung 2.9 benutzt die Definition. Analog zum Zylinder folgt durch den Satz von Bernoulli der Druck entlang der Kontur,

$$p_K(\theta) - p_\infty = \frac{\rho}{2} U_\infty^2 \left(1 - \frac{9}{4} \sin^2(\theta)\right), \quad (2.64)$$

oder als Druckbeiwert geschrieben

$$c_p = \frac{2(p_K - p_\infty)}{\rho U_\infty^2} = 1 - \frac{9}{4} \sin^2(\theta). \quad (2.65)$$

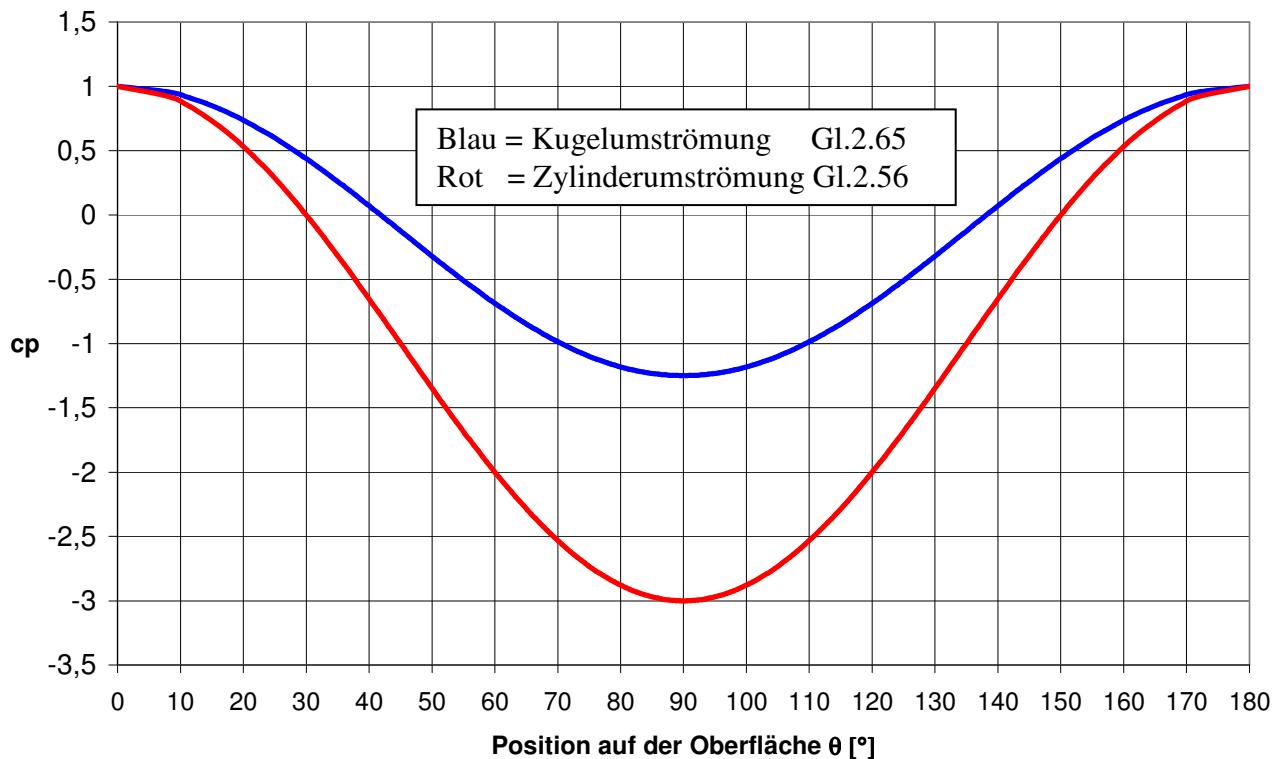


Abbildung 2.10: Druckbeiwerte für Zylinder und Kugel

Im Vergleich der in Bild 2.10 dargestellten Druckbeiwerte von Zylinder und Kugel erkennt man, dass der Druckverlauf der Kugel nicht so stark ausschlägt wie der des Zylinders. Dieses erklärt sich dadurch, dass das Fluid bei der Kugel in drei Dimensionen um den Körper fließen kann, beim Zylinder hingegen nur in zwei. Dadurch sind die Geschwindigkeitsverhältnisse am Zylinder (und damit die Drücke) extremer.

2.2.2. Berechnung des Widerstandes aus der Potentialtheorie durch Annahme einer Strömungsablösung

Da bei einer idealen in Flüssigkeit aufsteigenden Luftblase keine Scherkräfte auftreten, ist die Benutzung der Potentialtheorie zulässig. Um zu untersuchen, ob diese Annahme tatsächlich getroffen werden kann, wird der Druck über die Oberfläche A aufintegriert, gemäß Gl. (2.13) ohne Schubspannungsterm

$$0 = F_{\text{Strömung}} + F_{\text{Auftrieb}} = \int_A p_{\text{Strömung}} dA + (\rho_v - \rho) \cdot g \cdot V. \quad (2.66)$$

Falls sich die durch einen Strömungsabriss an der Blase auftretende Kraft mit der Auftriebskraft nicht deckt, so müssen weitere Kräfte, wie beispielsweise Scherkräfte einen Einfluss haben.

Zunächst wird die im letzten Kapitel berechnete Druckverteilung aus der Potentialtheorie über die Oberfläche A aufintegriert, um die Kraft in Strömungsrichtung zu erhalten

$$F_{\text{Strömung}} = \int_A p_{\text{Strömung}} dA. \quad (2.67)$$

Man stellt die Fläche A als Funktion von θ dar

$$A(\theta) = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \sin^2(\theta). \quad (2.68)$$

Um das für das Integral erforderliche dA zu erhalten, leitet man Gl. (2.68) ab

$$\frac{dA}{d\theta} = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot \frac{d \sin^2(\theta)}{d\theta} = \frac{\pi \cdot d^2}{2} \sin(\theta) \cdot \cos(\theta). \quad (2.69)$$

Bereits bekannt ist der Druck an der Oberfläche aus Gl. (2.64)

$$p_{\text{Strömung}} = p_K(\theta) = \frac{U_\infty^2 \cdot \rho}{2} \left(1 - \frac{9}{4} \sin^2(\theta)\right) + p_\infty. \quad (2.70)$$

Verwendet man nun die Gl. (2.67) bis (2.70), und lässt den Umgebungsdruck wegfallen, da dieser im hydrostatischen Druckintegral berücksichtigt werden soll, so erhält man für die resultierende Druckkraft bis zum Winkel θ

$$F(\theta) = \int_0^\theta \left[\frac{U_\infty^2 \cdot \rho}{2} \left(1 - \frac{9}{4} \sin^2(\theta)\right) \right] \cdot \left(\frac{\pi \cdot d^2}{2} \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \right) d\theta. \quad (2.71)$$

Dieses Integral lässt sich mit Hilfe der in [32] gefunden Integrale lösen.

$$\text{Mit } \int \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta = \frac{\sin^2(\theta)}{2} \quad \text{und} \quad \int \sin^3(\theta) \cos(\theta) d\theta = \frac{\sin^4(\theta)}{4}$$

folgt

$$F(\theta) = \frac{d^2\pi}{2} \left[\frac{U_\infty^2 \rho}{2} \left(\frac{\sin^2(\theta)}{2} - \frac{9}{16} \sin^4(\theta) \right) \right]. \quad (2.72)$$

Betrachtet man nun dieses Ergebnis, so stellt man fest, dass die resultierende Widerstandskraft verschwindet wenn $\theta = 180^\circ$ ist. Da alle Beobachtungen natürlich ein anderes Ergebnis zeigen, spricht man hier vom d'Alembertschen Paradoxon.

Das Fehlen der Widerstandskraft lässt sich zwar durch die vernachlässigte Reibung erklären, doch gibt es auch andere Mechanismen wie den Strömungsabriss, auf den hier näher eingegangen werden soll. Dabei geht man davon aus, dass sich die Stromlinien – wie in nachfolgender Abbildung 2.11 dargestellt – an einem bestimmten Punkt auf der Rückseite der Blase von dieser lösen, und sich ein Gebiet der Rezirkulation bildet.

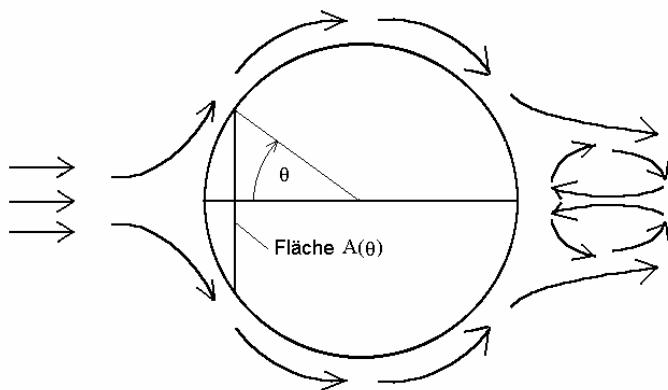


Abbildung 2.11: Strömungsablösung

In diesem Rezirkulationsgebiet soll ausschließlich der hydrostatische Druck wirken, der in der Auftriebskraft verrechnet wird, und deshalb hier nicht berücksichtigt werden muss. Somit reicht Gl. (2.72) zur Berechnung der Widerstandskraft bis zu einem Ablösewinkel θ aus.

Um dieses Ergebnis grafisch darzustellen, bietet es sich an, die Lösung als dimensionslose Zahl – hier als Widerstandsbeiwert – anzugeben

$$c_w = 8 \frac{F(\theta)}{U_\infty^2 \cdot \pi \cdot d^2 \rho} = \sin^2(\theta) - \frac{9}{8} \sin^4(\theta). \quad (2.73)$$

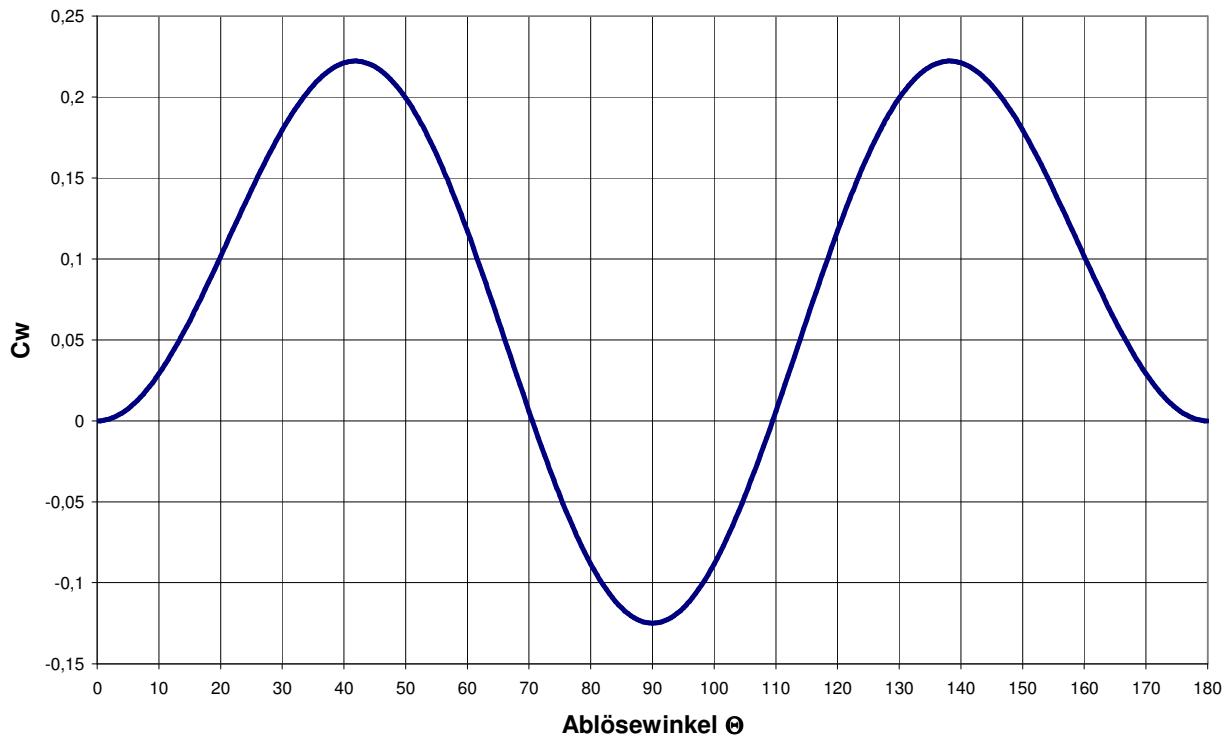


Abbildung 2.12 Widerstandsbeiwert als Funktion des Ablösewinkels

Das hydrostatische Druckintegral, und damit die Auftriebskraft ist aus Gl. (2.12) zu

$$F_{\text{Auftrieb}} = (\rho_v - \rho) \cdot g \cdot V \quad (2.74)$$

bekannt. Es bietet sich auch hier analog zu Gl. (2.73) an, den Auftrieb als dimensionslose Zahl – als „Auftriebsbeiwert“ – anzugeben. Da die Dichte eines Gases gegenüber der Dichte einer Flüssigkeit vernachlässigt werden kann, ergibt sich

$$c_A = 8 \frac{F_{\text{Auftrieb}}}{U_\infty^2 \cdot \pi \cdot d^2 \rho} = -\frac{4}{3} \frac{d g}{U_\infty^2}. \quad (2.75)$$

Ersetzt man in dieser Gleichung U_∞ , d und g mit der Froude-Zahl, so erhält man

$$c_A = -\frac{4}{3} \frac{1}{Fr^2}. \quad (2.76)$$

Dieser Zusammenhang soll in nachfolgendem Diagramm veranschaulicht werden.

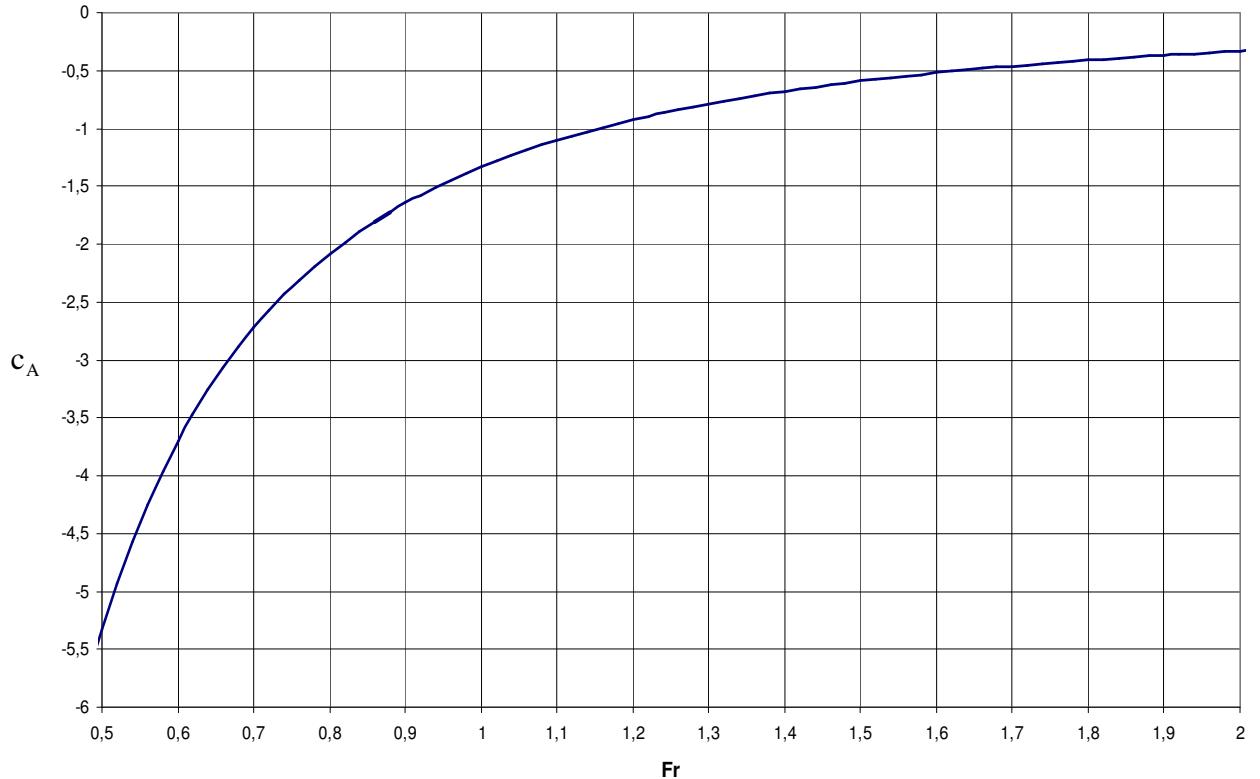


Abbildung 2.13: Auftriebsbeiwert als Funktion der Froude-Zahl

Wenn die durch einen Strömungsabriss an der Blase auftretende Kraft die Auftriebskraft decken soll, so muss sich die Summe des Widerstandsbeiwertes und des Auftriebsbeiwertes zu Null ergeben. Für eine typische Luftblase in Wasser ist die Froude-Zahl in der Größenordnung von eins, was einem Auftriebsbeiwert von $4/3$ entspricht. Betrachtet man nun Abbildung 2.12, so stellt man fest, dass für keinen Ablösewinkel derart hohe Widerstandsbeiwerte erreicht werden. Die Kraft aus dem Strömungsabriss reicht also in keiner Weise aus, um den Widerstand einer Blase zu erklären. Demnach muss es also noch weitere Kräfte geben, die starken Einfluss auf den Strömungswiderstand von Blasen nehmen. Die Oberfläche von Blasen kann offenbar Schubspannungen aufnehmen.

2.2.3. Die Stokessche Lösung für die kriechende Strömung

Eine kriechende Strömung bezeichnet einen Zustand, bei dem die Reibungskräfte wesentlich größer als die Trägheitskräfte sind. Die entsprechenden Reynolds-Zahlen müssen also deutlich kleiner als 1 sein. Eine kriechende Strömung kann als Komplement zur drehungsfreien Strömung gesehen werden, bei der die Reibungskräfte nicht auftreten. Betrachtet man nun die Navier-Stokes-Gleichungen für den zweidimensionalen, inkompressiblen Fall (Newton'sches Fluid),

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \cdot \left[-\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \right] \quad (2.77)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{\rho} \cdot \left[-\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \right] \quad (2.78)$$

und lässt nun die Trägheitsterme wegfallen,

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2.79)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (2.80)$$

so sieht man, dass die Gleichungen ihren nichtlinearen Charakter verloren haben. Es gibt für die kriechende Strömung eine eindeutige, analytische Lösung. Auf deren weitere Herleitung für den Fall einer umströmten Kugel soll an dieser Stelle verzichtet werden, da diese nicht trivial, und in [1], [33], [34] ausführlich beschrieben ist.

Entscheidend ist jedoch, dass sich für den Fall einer starren, gehaltenen Kugel der Widerstandsbeiwert zu $c_w = \frac{24}{Re}$ ergibt. (2.81)

Um den Stokes Ansatz für die starre Kugel zu verbessern, hat Oseen in seiner Rechnung den Trägheitsterm der Navier-Stokes Gleichungen nicht (wie bei Stokes) vollständig wegfallen lassen, sondern ihn durch eine lineare Näherung erster Ordnung ersetzt. Dieses wird in [1] auf Seite 41 beschrieben, soll hier jedoch nicht weiter ausgeführt werden. Es ergibt sich schließlich für den Widerstand einer starren Kugel

$$c_w = \frac{24}{\text{Re}} \left(1 + \frac{3}{16} \text{Re} \right), \quad (2.82)$$

der im Grenzfall Re gegen Null in die Stokessche Lösung konvergiert.

Im Vergleich mit Messwerten, bzw. mit an Messwerte angeglichenen empirischen Kurven, zeigt sich, dass die Oseen Lösung für Reynolds-Zahlen bis 2 durchaus mit diesen übereinstimmt. Dies ist schon ein deutlicher Zugewinn des Gültigkeitsbereiches gegenüber der Stokes Lösung, deren Gültigkeit bis zu einer Reynolds-Zahl von etwa 0,5 gegeben ist. Dennoch sagt die Oseen Lösung für die bei Blasen in Flüssigkeiten relevanten Reynolds-Zahlen (etwa 1-1000) deutlich zu hohe Widerstandswerte voraus und kann hierfür als Vergleichskurve nicht in Betracht gezogen werden. Trotz allem ist der Oseen Ansatz sehr interessant, und liefert mit rein analytischen Methoden schon relativ gute Ergebnisse, solange die Trägheitskraft deutlich kleiner als die Reibungskraft ist.

2.2.4. Die Hadamard-Rybczynski Theorie

Hadamard und Rybczynski haben die kriechende Strömung für den Fall einer fluiden Kugel untersucht [33], [34], [1, Seite 30ff.]. Hierbei wird in dem eingeschlossenen Fluid eine Zirkulation zugelassen. So kann die Geschwindigkeit an der Kugeloberfläche nicht mehr zu Null gesetzt werden, sondern sie muss gleich der Geschwindigkeit an der Innenseite der Kugel sein. Weiterhin darf es keine Strömung über die Grenzfläche geben, und die Schubspannungen auf Innen- und Außenseite müssen gleich sein. Das Ergebnis für diese Randbedingungen wird als die Hadamard-Rybczynski Lösung bezeichnet, und ergibt einen Widerstandsbeiwert c_w von

$$c_w = \frac{8}{Re} \left(\frac{2+3\kappa}{1+\kappa} \right). \quad (2.83)$$

Hierbei ist κ das Verhältnis von innerer zu äußerer Viskosität $\kappa = \frac{\mu_{\text{innen}}}{\mu_{\text{außen}}}$. (2.84)

Zeichnet man ein Diagramm, in dem $c_{w, \text{starr}}$ einer starren Kugel Gl. (2.81), normiert durch $c_{w, \text{fluid}}$ Gl. (2.83) einer fluiden Kugel gleicher Reynolds-Zahl gegen κ aufgetragen wird

$$\frac{c_{w, \text{starr}}}{c_{w, \text{fluid}}} = 3 \cdot \left(\frac{1+\kappa}{2+3\kappa} \right), \quad (2.85)$$

so erkennt man, dass für den Fall einer Luftblase (κ gegen 0) dieser 1,5 mal so hoch ist, wie der einer starren Kugel. Auch stellt man fest, dass die Hadamard-Rybczynski Lösung die Stokessche Lösung für die starre Kugel für κ gegen unendlich beinhaltet.

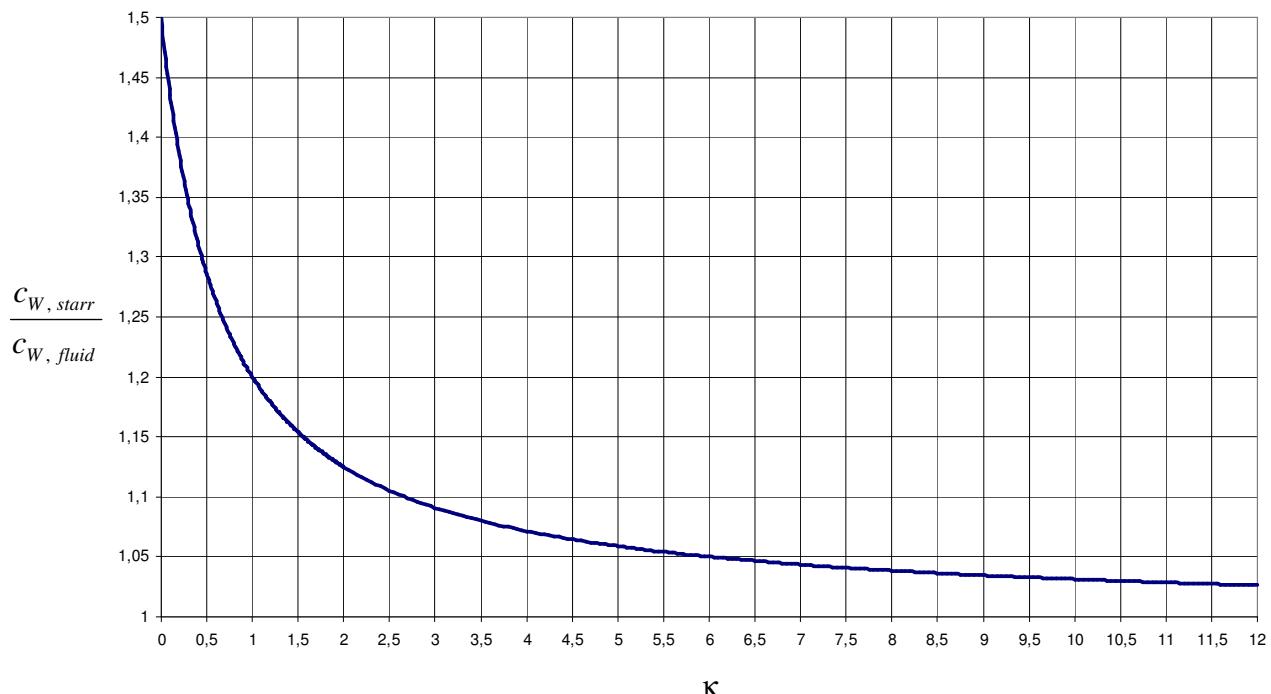


Abbildung 2.14: Verhältnis der Widerstandsbeiwerte zum Verhältnis der Viskositäten

Der Faktor zwischen den Widerständen fällt relativ rasch mit κ ; so ist der Widerstandsbeiwert einer starren Kugel lediglich 1,2-mal so groß wie der einer fluiden Kugel mit gleicher Viskosität innen und außen. Bei Betrachtung der Hadamard-Rybczynski Lösung ist es – genau so wie bei der Potentialtheorie – stets notwendig, sich über die Grenzen der Gültigkeit im Klaren zu sein. So werden die vorhergesagten Widerstände nur dann zutreffen, wenn erstens die Trägheitskräfte tatsächlich vernachlässigt werden können, und zweitens die angenommenen Randbedingungen (beispielsweise an der Phasengrenze) zutreffen.

Wie sich im Laufe dieser Arbeit zeigen wird, trifft die Annahme, dass die Oberfläche tatsächlich beweglich ist, nicht immer zu. Dennoch zeigt untenstehende Abbildung (aus [35]), dass sich für bestimmte Fälle tatsächlich eine Innenströmung einstellt, die der von Hadamard und Rybczynski vorhergesagten stark ähnelt. Die Visualisierung wird durch Zugabe von Tracern in die Kugel erreicht, die sich in einer Langzeitbelichtung (1s) als eine Art Stromlinien interpretieren lassen. Die fluide Kugel in (a) wird vollständig von einer torusartigen Strömung erfasst, in (b) bildet sich an der Kugeloberseite eine bewegungsfreie Zone.

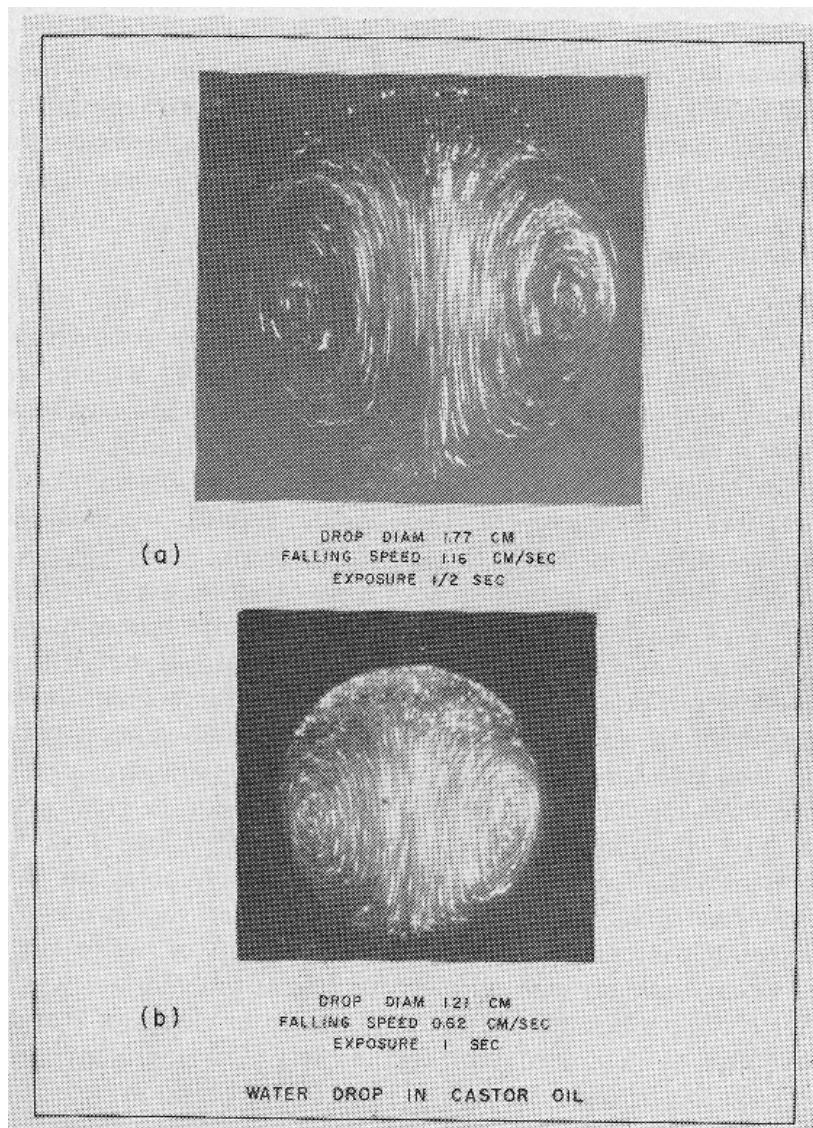
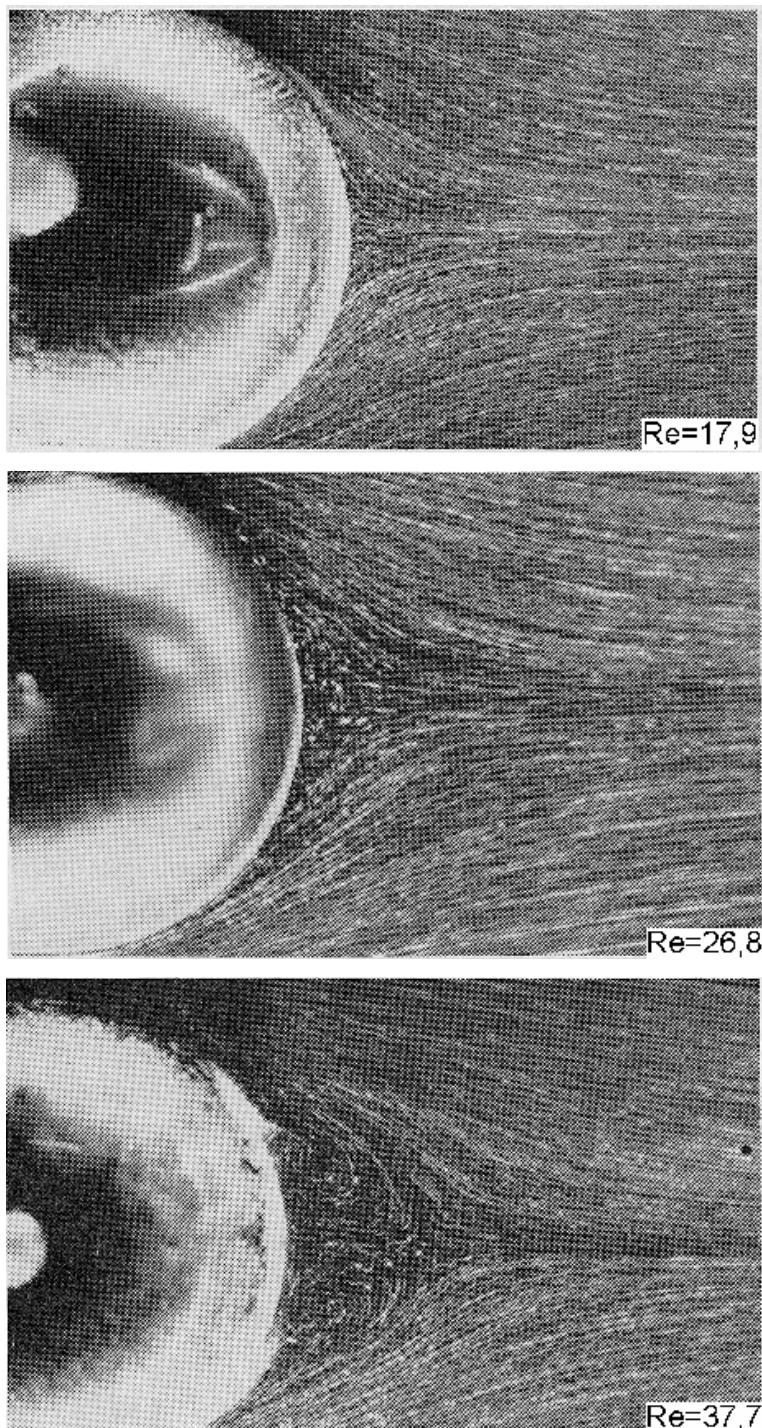


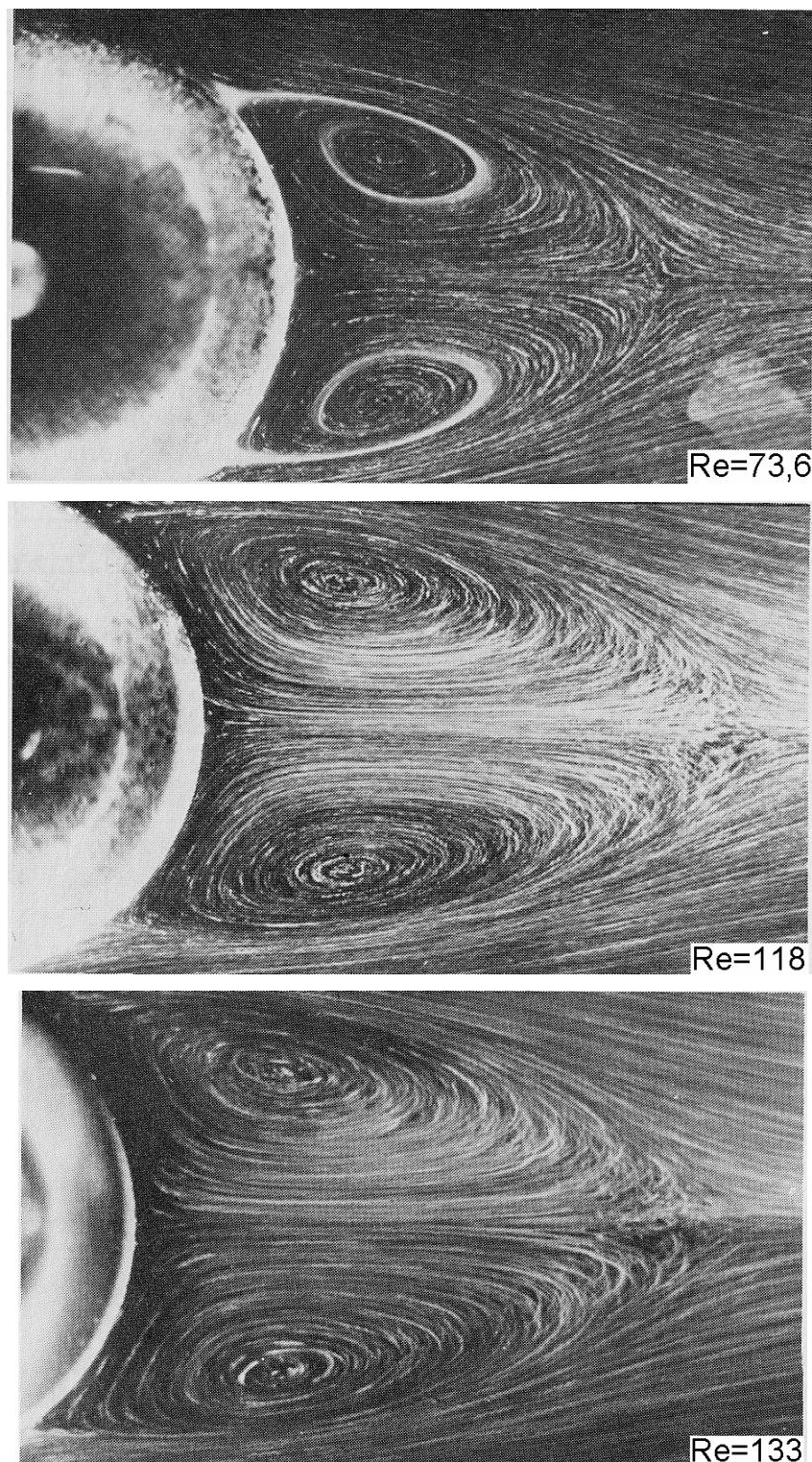
Abbildung 2.15: Visualisierungen der Innenströmung fluider Kugeln

2.3. Strömungsformen um die starre Kugel bei verschiedenen Reynolds-Zahlen

Um festzustellen, in wie weit die für die kriechende Strömung getroffenen Annahmen auf reale Verhältnisse in der Drehkammer zutreffen, ist die nachfolgende Bildserie von Taneda [36] geeignet. Sie ist auch in [1, Seite 104f.] abgedruckt, und zeigt eine Visualisierung der Umströmung einer starren Kugel bei verschiedenen Reynolds-Zahlen. Es ist deutlich zu erkennen, dass bei kleinen Reynolds-Zahlen ($Re=17,9$) die Strömung der kriechenden Strömung ähnelt. Bei größeren Reynolds-Zahlen, ab $Re=26,8$, bildet sich zunächst ein Ruhegebiet im Nachlauf aus, die Bedingungen für die Stokessche Lösung sind bereits nicht mehr gegeben.



Bei einer weiteren Vergrößerung der Reynolds-Zahl löst die Strömung ab, und es bildet sich ein Gebiet der Rezirkulation. Da die typischerweise bei Messungen an Luftblasen auftretenden Reynolds-Zahlen im Bereich von 1 bis 1000 liegen, muss auch hier mit einer deutlichen Strömungsablösung im hinteren Gebiet der Blasen gerechnet werden. Tatsächlich zeigen sich bei Visualisierung der Strömung durch Tracer starke Verwirbelungen im Nachlaufbereich der Blasen.



2.4. Die standard drag curve, empirische Formeln und Vergleich der verschiedenen Ansätze

In diesem Abschnitt sollen die vorhergehend vorgestellten Widerstandskurven untereinander sowie mit Messungen an starren Kugeln verglichen werden. Zunächst soll aber auf die so genannte „standard drag curve“ eingegangen werden. Diese Kurve gibt für eine große Bandbreite von Reynolds-Zahlen den entsprechenden Widerstandsbeiwert für eine starre Kugel an. Sie ist über die Jahre aus vielen Einzelmessungen zusammengestellt worden, und kann aufgrund der Relevanz ihrer Daten (daher viele Messungen vorhanden) als sehr genau angesehen werden. Im unten stehenden Diagramm ist diese Kurve dargestellt, der Widerstandsbeiwert ist über der Reynolds-Zahl aufgetragen. Grob gesagt bedeutet dies, dass für kleine Reynolds-Zahlen (also für dominierende Reibungskräfte) der Widerstandsbeiwert sehr hoch ist. Steigt die Reynolds-Zahl, so nimmt c_w in etwa linear ab, bis bei $Re = 2000$ ein Plateau von etwa 0,5 erreicht wird. Erst bei etwa $Re = 400\,000$ bricht c_w dramatisch auf unter 0,1 ein, welches durch eine Verlagerung des Ablösepunktes nach hinten erklärt werden kann.

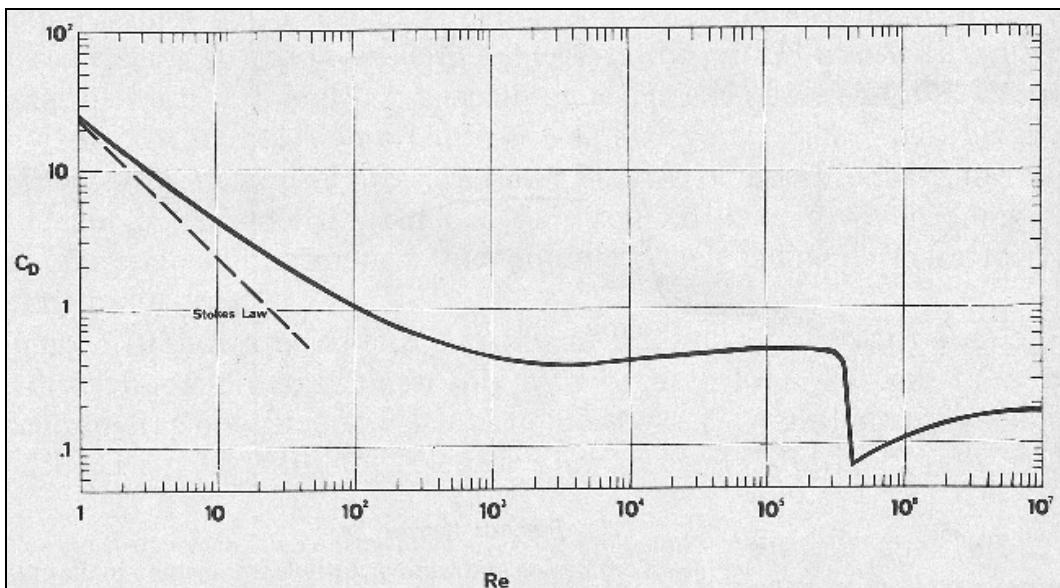


Abbildung 2.22: Die standard drag curve ($c_D = c_w$)

Die typischen Größenordnungen der Reynolds-Zahl bei den in der Drehkammer untersuchten Kugeln liegen in etwa im Bereich 1-1000. Die Grenzschicht ist also laminar, und es interessiert nur ein kleiner Ausschnitt der in Diagramm 1 gezeigten standard drag curve. Ein Problem dieser Kurve ist es, dass sie sich nicht mathematisch in einer einzigen Gleichung ausdrücken lässt, sondern sie muss immer bereichsweise definiert werden. Dieses bereitet natürlich beim Vergleich mit anderen Messungen Umständlichkeiten, da stets nur bereichsweise gearbeitet werden kann. Durch den Vergleich der verschiedenen in [1, Seite 111] gegebenen Formeln für den interessanten Bereich, hat

sich aber herausgestellt, dass die Formel von Langmuir und Blodgett den wichtigen Bereich ausreichend genug abdeckt – auch wenn ihr eigentlicher Definitionsbereich bis 1000 überschritten wird. Dieses wird auch in untenstehendem Diagramm (2.23) deutlich, in dem auch einige gemessene Werte für die starre Kugel [1, Seite 131] eingetragen sind.

Es lässt sich erkennen, dass die Formel von Langmuir und Blodgett [37]

$$c_w = \frac{24}{Re} \cdot (1 + 0,197 \cdot Re^{0,63} + 0,00026 \cdot Re^{1,38}) \quad 1 \leq Re \leq 100 \quad (2.86)$$

für kleine Reynolds-Zahlen in die Stokessche Lösung übergeht, welches auch erforderlich ist, da ja bei kleinen Reynolds-Zahlen die Reibungskräfte dominieren und eine kriechende Strömung angenommen werden kann. In Diagramm zeigt sich auch, dass die Stokessche Lösung bis zu einer Reynolds-Zahl von etwa 0,5 mit den Messergebnissen überein stimmt.

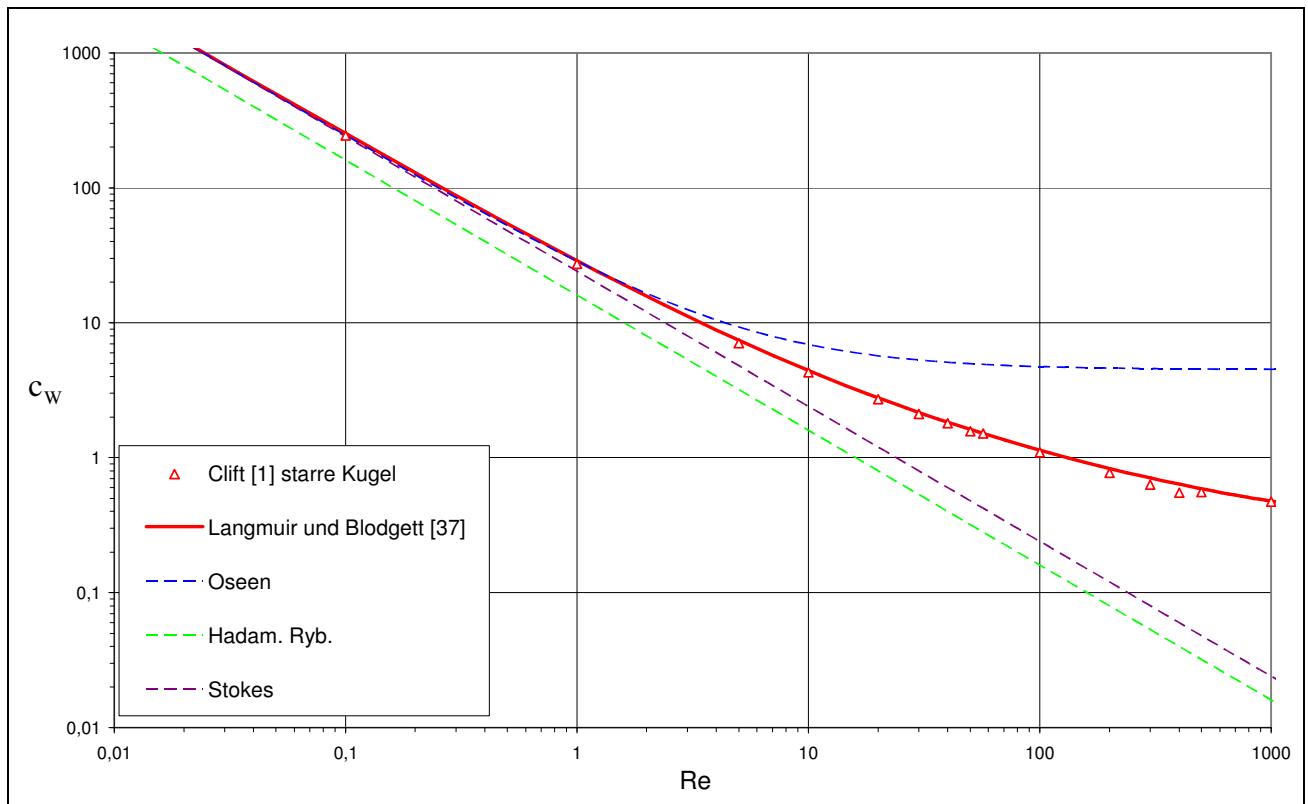


Abbildung 2.23: Vergleich der Ansätze und Darstellung einiger Messwerte

Die in Kap. 2.2.3 vorgestellte Oseen-Formel geht, ähnlich wie die Formel von Langmuir und Blodgett, für kleine Reynolds-Zahlen in die Stokessche Lösung über. Bei einer Reynolds-Zahl von etwa zwei trennt sie sich jedoch von der standard drag curve, und sagt einen deutlich höheren c_w als diese vorraus. Für hohe Reynolds-Zahlen liegt der vorhergesagte Widerstandsbeiwert konstant bei etwa 7. Dieses ist deutlich zu hoch, wie die Messungen an Kugeln zeigen.

Im Diagramm ist weiterhin noch die Hadamard-Rybczynski Lösung (Kap. 2.2.4) für eine fluide Kugel eingezeichnet. Benutzt wurde ein Viskositätenverhältnis von $\kappa=0$, was dem Fall einer Luftblase nahe kommt. Es lässt sich erkennen, dass der Widerstandsbeiwert genau um den Faktor 1,5 kleiner als die Stokessche Lösung ist. Da allerdings die Annahme einer kriechenden Strömung (diese Annahme wird ja auch in der Hadamard-Rybczynski Lösung gemacht) für große Reynolds-Zahlen nicht mehr zulässig ist, ist auch hier zu erwarten, dass die vorhergesagten Werte nicht mehr mit der Realität übereinstimmen.

Somit bleibt festzuhalten, dass kein theoretischer Ansatz vollständig in der Lage ist, das Widerstandsverhalten von Kugeln (egal ob starr oder fluid) vorherzusagen. Einige empirische Ansätze können das Verhalten stückweise relativ gut wiedergeben, doch sind diese Ansätze ja nicht aus einer Theorie entstanden, sondern nur Regressionsrechnungen an Messergebnissen. Bei fluiden Kugeln besteht im Besonderen, wie in der Einleitung schon erwähnt, das Problem, dass die Randbedingungen (starre Oberfläche, bewegliche Oberfläche) durch rein theoretische Überlegungen nicht geklärt werden können. Folglich sind weitere Experimentelle Untersuchungen zwingend notwendig, um die besprochenen Phänomene besser zu verstehen, und die Grundlagen für weitere theoretische Modellierungen der Strömung (Randbedingungen!) zu schaffen.

An dieser Stelle soll darauf hingewiesen werden, dass sich im Anhang Tabelle A1 Listen der Widerstandsformeln (allgemeine empirische, sowie die Bereichsweise definierte standard drag curve) finden.

3. Experimenteller Teil

3.1. Grundsätzliche Überlegungen zum Experiment

Wie in der Einleitung bereits beschrieben, werden in der Literatur etliche Messungen zur Aufstiegsgeschwindigkeit fluider Kugeln vorgestellt. Hierbei stand besonders (aufgrund seiner Relevanz und einfachen Handhabung) das System Luft-Wasser im Vordergrund, doch gibt es auch Messungen an Kombinationen von Gasen in Öl etc.. Alle Autoren benutzten ähnliche Aufbauten. Wie in Abbildung 3.1 dargestellt, steigen die Luftblasen in einem mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllten Behälter auf. Dieser kann entweder eine kreisrunde oder quadratische Grundfläche haben, wobei bei der kreisrunden der optische Strahlengang zur scharfen Abbildung der Luftblase wegen der gekrümmten Oberfläche komplexer ist als bei der quadratischen.

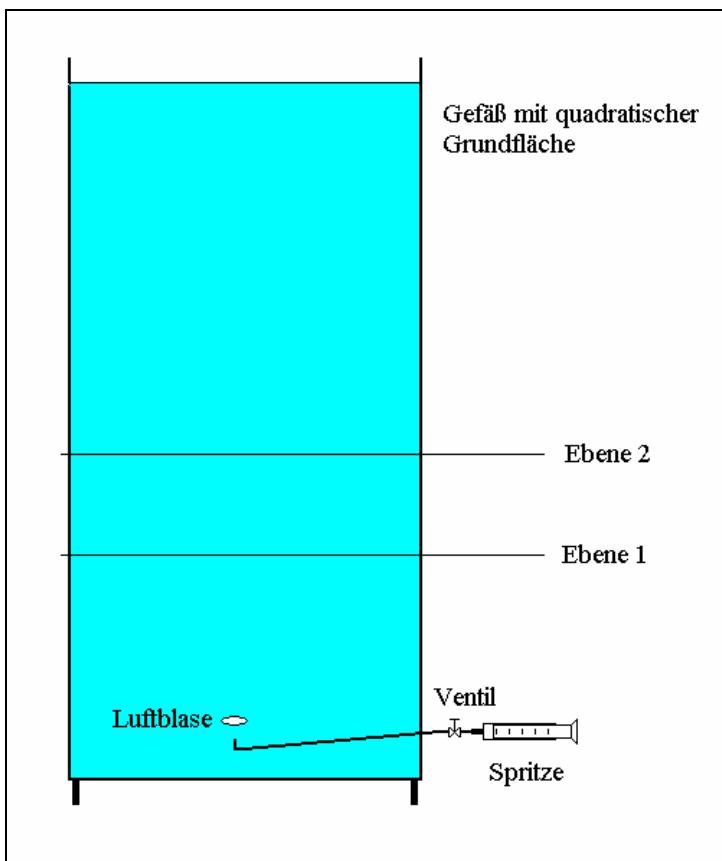


Abbildung 3.1: Typischer, konventioneller Versuchsaufbau

Typischerweise wird die Luftblase am Boden des Behälters durch eine an einem Schlauch angeschlossene Spritze in das Fluid eingebbracht, doch gibt es für größere Luftblasen auch andere Konstruktionen. Benutzt wurde beispielsweise eine Art „umgedrehte Tasse“, die sich von unten mit Luft füllen ließ. Durch Umdrehen der Konstruktion entwich dann eine Blase, die in dieser Größe von keiner Spritze hätte produziert werden können.

Zur Bestimmung der Größe der aufsteigenden Luftblase wurde entweder das Volumen vorgegeben oder eine scharfe Abbildung (als Fotografie) verwendet. Letzteres Verfahren hat den Vorteil, dass sich gleichzeitig die Deformation der fluiden Kugel gut dokumentieren lässt.

Entscheidend ist nun aber welche Verfahren zur Bestimmung der Geschwindigkeit benutzt wurden. Zunächst besteht die Möglichkeit in zwei bekannten Höhen Lichtschranken einzubringen und die Zeit zu bestimmen, die die Blase zum Aufstieg braucht. Dieses Verfahren lässt sich natürlich auch mit beliebig vielen Lichtschranken durchführen, wobei man hier nicht nur die Geschwindigkeit an einer bestimmten Stelle, sondern ein Geschwindigkeitsprofil über die Höhe des Behälters erstellen kann. Dieses hat besondere Vorteile, auf die an andere Stelle ausführlicher eingegangen werden soll.

Eine weitere Möglichkeit besteht darin, eine Kamera derart auszurichten, dass sie einen bestimmten Teil des Behälters abdeckt. Legt man nun die Belichtungszeit so fest, dass die Blase als Lichtspur auf der Fotografie verfolgt werden kann, und ist der Anfangs- und Endpunkt sichtbar, lässt sich daraus auch auf die Geschwindigkeit schließen. Dieses Verfahren hat den Vorteil, dass sich seitliche Bewegungen – wie beispielsweise das „zig zaging“ - mit erfassen lassen.

Eine andere Möglichkeit ist die Messung der Aufstiegszeit einer in einer bestimmten Tiefe eines natürlichen Gewässers eingebrachten Blase, wie etwa in einem See.

Nun soll auf die entscheidenden Probleme der bisherigen Messungen eingegangen werden, die schließlich in der Entwicklung der Drehkammer mündeten.

Wie in der Einleitung bereits vorgestellt, variieren die gemessenen Geschwindigkeiten deutlich, dies gilt auch für gleiche Stoffkombinationen. Das hängt vermutlich damit zusammen, wie starr oder beweglich die Oberfläche der fluiden Kugeln bei der Messung war. Da dieses Phänomen noch nicht erklärt ist, gibt es verschiedene Parameter die darauf Einfluss haben könnten: Dazu zählt die genaue Zusammensetzung des Wassers (pH-Wert, Leitfähigkeit, Tensidreste etc.), wie auch das Alter der Kugel-Oberfläche bei der Messung. Falls eine frische Oberfläche tatsächlich beweglich wäre, und sich nach und nach Ablagerungen beim Aufstieg durch das Medium bilden würden, so müsste sich dieses ja im Geschwindigkeitsprofil niederschlagen, weshalb – wie bereits angedeutet – mehrere Geschwindigkeitsmessungen auf verschiedenen Höhen durchaus sinnvoll sind. Je nach Verschmutzungsgrad des Wassers, setzen sich die Oberflächen schneller zu, was auch – wie in der Einleitung beschrieben – manche Ergebnisse bestätigen.

Einige Arbeiten schlagen vor, den von der Kugel zurückgelegten Weg durch ihren eigenen Durchmesser zu normieren und als Altersbestimmung zu verwenden.

Ein weiteres Problem der konventionellen Messungen, besonders bei Versuchsaufbauten mit Säulenhöhen von mehreren Metern, ist der statische Druckunterschied. Beträgt die Höhe, exemplarisch, nun 2 Meter, so ist der Druck am Grund des Behälters ($p=1,2\text{bar}$) deutlich höher als an der Oberfläche ($p_{\text{atmosphärisch}}=1\text{bar}$). Als Folge hat die Luftblase (kompressibles Medium!) am Grund ein kleineres Volumen; die Auftriebskraft ist eine andere, sowie der Strömungswiderstand auch.

Um diese Probleme zu umgehen ist die Drehkammer besonders geeignet.

Wurde vor dem Anfahren eine Luftblase in die Kammer gegeben (z.B. mit einer Spritze), so rotiert diese als freier Körper nicht mit, sondern wandert in der Rotationsströmung so lange umher, bis sich ihre Auftriebsgeschwindigkeit gerade mit der Abwärtskomponente des Strömungswiderstandes deckt. In dieser Position stabilisiert sie sich, und ihre Aufstiegsgeschwindigkeit lässt sich leicht über den Abstand zum Kammermittelpunkt und die Winkelgeschwindigkeit bestimmen (ωr).

Die Betrachtung der wirkenden Kräfte ist wie folgt: Die untenstehende Abbildung 3.2 zeigt, dass prinzipiell vier Kräfte auf eine Blase einwirken. Da sich die Blase in einem stabilen, also stationären, Zustand befindet, muss sich die Summe aller angreifenden Kräfte jeweils zu Null ergeben (siehe auch Kap 2.1.3).

In y Richtung wirkt zum einen die Auftriebskraft senkrecht nach oben, der Strömungswiderstand – in der Zeichnung „Drag“ wirkt dagegen.

Da sich das umgebende Medium in einer Rotationsströmung befindet, muss die auf die Kugel wirkende Zentripetalkraft berücksichtigt werden. Ihre x Komponente addiert sich mit der x Komponente des Widerstandes, welche zusammen durch die x Komponente des „Lifts“ ausgeglichen werden müssen. Der Lift – hier bewusst nicht Auftrieb genannt, da dieses zu Missverständnissen führen könnte – entsteht durch eine unterschiedlich schnelle Anströmung der Blase auf der der Zylindermitte zugewandten Seite und der Außenseite (aufgrund der Rotationsströmung).

Als Ergebnis bleibt festzuhalten, dass sich für den Fall einer fluiden Kugel, deren Dichte kleiner als die des umgebenden Mediums ist, eine stabile Position ergibt, in der sich die angreifenden Kräfte jeweils aufheben.

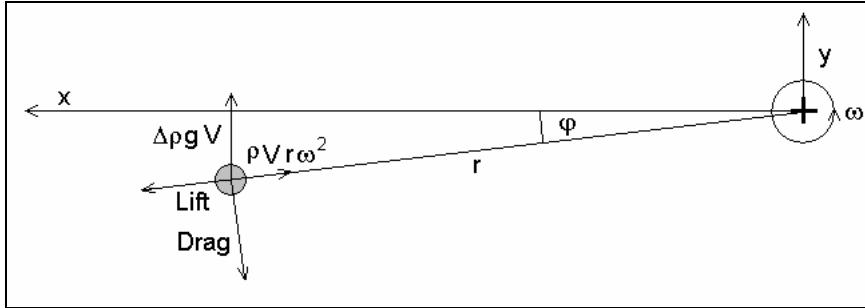


Abbildung 3.2: Kräfte auf eine stabilisierte Blase

Indem man die zu untersuchende fluide Kugel nun also nicht in einem Tank aufsteigen lässt, sondern sie in der Drehkammer stabilisiert, umgeht man einige Probleme. Zunächst einmal ist der auf die Kugel wirkende Druck konstant, da sich ihre Höhe über die Zeit nicht ändert. Auch ist das Alter der Blase gut zu bestimmen, entweder durch Messen der Zeit seit ihrem Einbringen, oder aber durch einfache Überlegung: Betrachtet man das Oberflächenalter im Vergleich zum erreichbaren Alter in einem Wassertank, so ergibt sich für eine zwei Meter hohe Säule (bei 0,1 m/s Geschwindigkeit) ein Alter von 20 Sekunden. In der Kammer hingegen wird die Blase allein diese Zeit benötigen, um sich in der Strömung zu stabilisieren. Bis zur Messung vergehen oft weitere Minuten. Das Alter ist im Vergleich zu anderen Messverfahren also sehr hoch, es wird tatsächlich die Endgeschwindigkeit mit einer im Vergleich sehr alten Oberfläche gemessen. Dieses kann nun als Vorteil betrachtet werden, da man keine instationären Vorgänge (wie Trägheitskräfte beim Beschleunigen, oder Änderungen in der Oberfläche) beachten muss. Ein Nachteil ist hingegen, dass die Kammer gerade zum Messen dieser Effekte (beispielsweise der Geschwindigkeit einer Blase in den ersten 5 Sekunden nach ihrer Entstehung) ungeeignet ist.

Andererseits ist die Messung in der Drehkammer der einzige experimentelle Aufbau, bei dem – unter der Annahme, dass keine Diffusion auftritt – jedes beliebig hohe Oberflächenalter, also auch in Größenordnungen von Stunden erzeugt werden kann. Das bei diesen Experimenten die Qualität des zu untersuchenden Fluids von größter Wichtigkeit ist, lässt sich gerade durch das hohe Oberflächenalter erklären; die Oberfläche hat eben sehr viel Zeit, auch die kleinsten Verunreinigungen (Tenside etc.) anzureichern.

Ein weiterer Vorteil des beschriebenen Versuchsaufbaus ist die erreichbare Genauigkeit. Messungen an aufsteigenden Blasen in Flüssigkeitssäulen messen stets nur eine gemittelte Zeit zwischen zwei Punkten (beispielsweise Lichtschranken). In der Kammer hingegen lässt sich sofort erkennen, ob man eine konstante Geschwindigkeit vorliegen hat, welche sich dann, wie später beschrieben, über eine exakte Positionsbestimmung sehr genau ermitteln lässt.

Eine an dieser Stelle noch zu klärende Frage ist, in wieweit der Abstand zu den Glaswänden der Kammer, und der Geschwindigkeitsgradient durch die Rotationsströmung sich auf die gesamte Aufstiegsgeschwindigkeit auswirken. Ist der Abstand zu den Wänden zu klein, wäre es denkbar,

dass sich die Geschwindigkeit verringert, da das Fluid zwischen Kugel und Wand „eingeklemmt“ wird. Dieses Phänomen sieht man besonders stark beim „slug-flow“, bei dem die Blase fast die gleiche Größe hat wie das Rohr, durch das sie aufsteigt. Um die angesprochenen Probleme zu untersuchen und sicherzustellen, dass sie keine messbaren Einflüsse auf die Messergebnisse flüider Kugeln haben, soll zunächst mit einer Messung an starren Kugeln begonnen werden. Da deren Widerstandsverhalten in der „standard drag curve“ bereits genau erfasst ist, lässt sich hier leicht überprüfen, ob unerwartete Effekte auftreten.

Anschließend kann mit der Messung an fluiden Kugeln begonnen werden, wobei es besonders interessant ist, verschiedene Systeme zu untersuchen (beispielsweise Luft in Wasser, aber auch Luft in Ölen, Kombinationen mit Alkohol etc.). Durch Wahl geeigneter Kombinationen sollte es möglich sein, zu erklären, wie es zu dem in der Einleitung angesprochenen Verhalten (mal ist die Oberfläche beweglich, mal ist sie starr) kommt.

In der auf der nächsten Seite dargestellten Tabelle ist eine Übersicht der untersuchten Kombinationen gegeben. Erkennbar ist auch, dass manche Stoffe nicht geeignet sind, da sie sich ineinander lösen, oder aber durch sehr große Dichteunterschiede Geschwindigkeiten auftreten, wie sie in der jetzigen Bauweise der Drehkammer nicht erreichbar sind.

umgebendes Fluid ->	Wasser	Luft	AK10	AK100	Ethanol
Wasser	-	zu schnell / Daten vorhanden	gemessen	gemessen	unmöglich wegen löslichkeit
Luft	gemessen	-	gemessen	gemessen	gemessen
AK10	gemessen	zu schnell	-	unmöglich wegen löslichkeit	unmöglich wegen löslichkeit
AK100	möglich	zu schnell	unmöglich wegen löslichkeit	-	unmöglich wegen löslichkeit
Squalan	gemessen	zu schnell	unmöglich wegen löslichkeit	unmöglich wegen löslichkeit	unmöglich wegen löslichkeit
Glaskugeln	instabil	zu schnell	gemessen	gemessen	möglich
Styroporkugeln	instabil	Problem mit Elektrostatik	gemessen	gemessen	möglich

Tabelle 3.1: Untersuchte Kombinationen

3.2. Versuchsaufbau

3.2.1. Konstruktion der Drehkammer

Abbildung 3.3 soll verwendet werden, um die Konstruktion der Drehkammer zu verdeutlichen. Die Kammer besteht aus zwei parallelen, kreisrunden BK7-Glasplatten mit einer Dicke von jeweils 40mm. Diese sind von hoher optischer Güte, da durch sie die Größen- und Positionsbestimmung genau vorgenommen werden sollen. Optische Verzerrungen, insbesondere des Lasers werden so verhindert. Die Glasplatten werden durch einen Kunststoffring (siehe Abbildung 3.4) auf Position gehalten, wobei der Kunststoffring aus dem spanbaren Material Trovidur besteht.

Zwischen dem Kunststoffring und den Glasscheiben befindet sich jeweils ein O-Ring, der die Kammer abdichtet. Die O-Ringe bestehen aus 72 (Shore) NBR 872 und haben einen Innendurchmesser von 224mm bei einem Eigendurchmesser von 3,8mm.

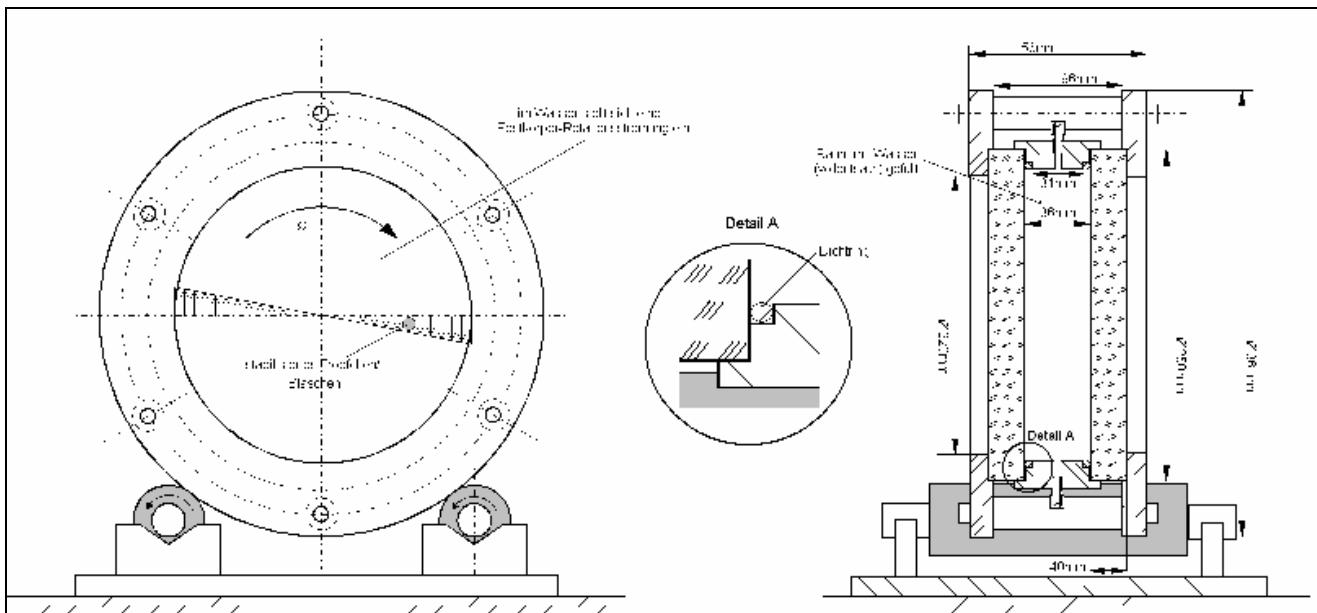


Abbildung 3.3: Aufbau der Drehkammer

Die gesamte Konstruktion wird von außen durch zwei Metallringe gehalten, die auf die Glasplatten drücken. Damit an dieser Stelle kein direkter Materialkontakt entsteht, wird eine Kunststoffisolationsmatte in ringförmig zugeschnittener Form eingelegt. Die Metallplatten sind wiederum durch sechs Distanzhülsen, die den Abstand vorgeben, miteinander verbunden. Die Befestigung erfolgt durch Schrauben M8.

Die Kammer lagert auf zwei Walzen, die ihrerseits auf einem exakt in seiner Position (hoch, runter, bzw. vor und zurück) verstellbaren Tisch angebracht sind. Auf die Antriebssituation mit dem Getriebe, soll an späterer Stelle in diesem Abschnitt genau eingegangen werden.

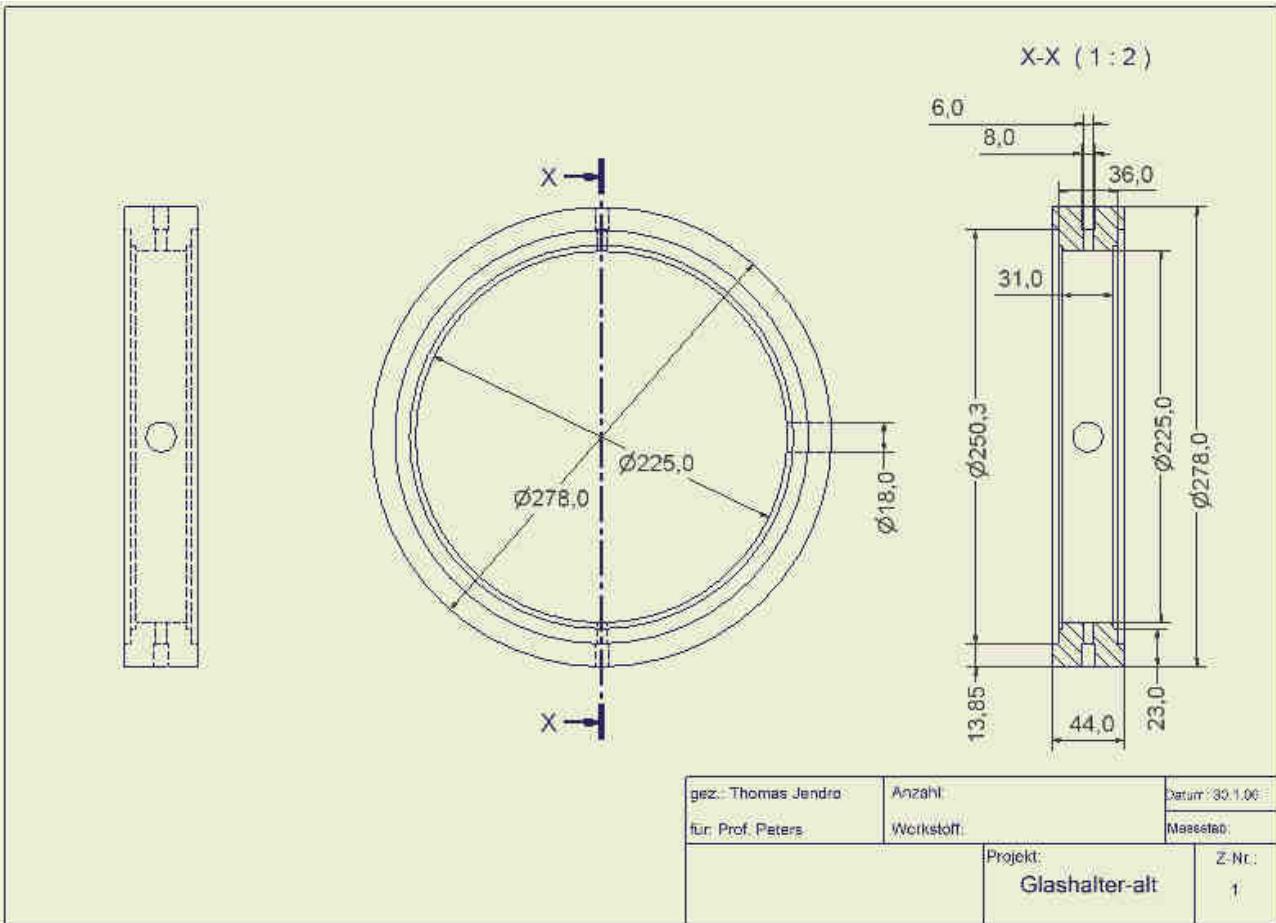
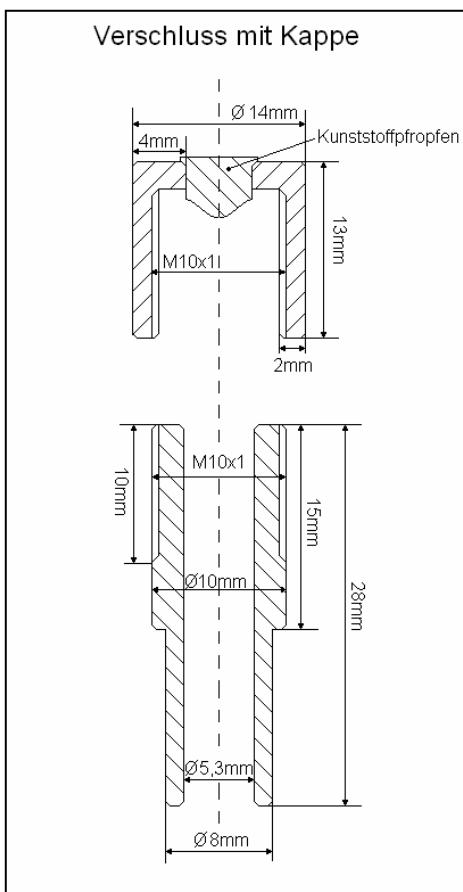


Abbildung 3.4: Drehkammerring / Glashalter



Der Drehkammerring hat drei seitliche Bohrungen. Die jeweils gegenüberliegenden kleinen (8mm) Bohrungen dienen dazu, die in Abbildung 3.5 dargestellten Verschlüsse aus Messing aufzunehmen. Diese Verschlüsse haben ihrerseits eine dicht abschließende Kappe mit Gewinde, so dass für einen Wasserwechsel, oder das Einbringen einer Blase nicht die gesamte Kammer demontiert werden muss.

Die dritte Bohrung im Ring dient der Aufnahme einer Messinghülse, an deren Ende eine kleine, runde Glasscheibe sitzt. Diese Glasscheibe, befestigt durch einen Messinghalter mit Gewinde, kann entfernt werden, um eine größere Zugangsöffnung zu erhalten, oder aber es können Bilder der fluiden Kugel aus einer seitlichen Perspektive erstellt werden.

Abbildung 3.5: Verschluss zum Befüllen oder Einbringen von Kugeln

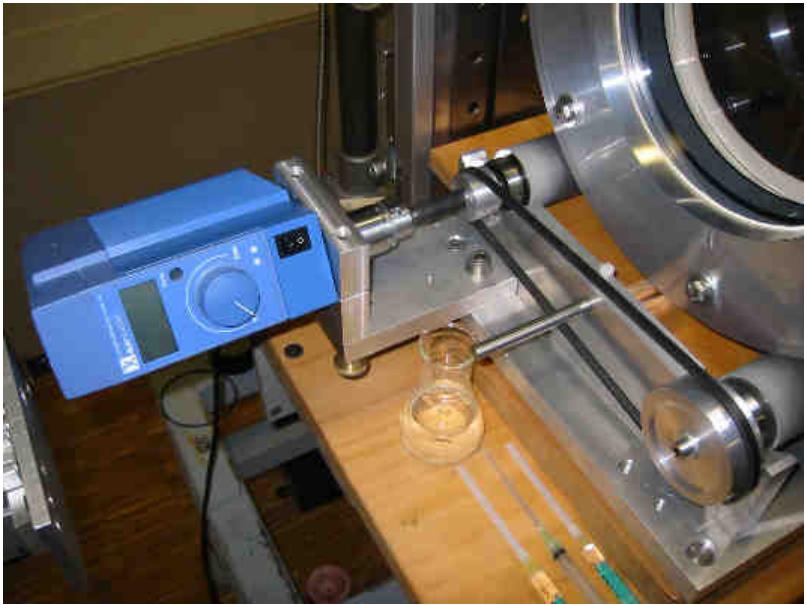


Abbildung 3.6: Ansicht auf den Antriebsmotor

Wie bereits angesprochen werden die Walzen, auf denen die Kammer gelagert ist, durch einen Elektromotor angetrieben. Dieser ist, wie in Abbildung 3.6 ersichtlich, seitlich der Drehkammer angebracht. Der Motor weist eine digitale Drehzahlanzeige auf, und lässt sich (fast) stufenlos zwischen 50 und 2000 Umdrehungen pro Sekunden regeln. Diese Umdrehungszahl ist aber noch nicht

die Umdrehungszahl der Kammer, da der zwischengeschaltete Riemen, sowie die Übertragung von der Walze auf die Kammer insgesamt eine Untersetzung von 1: 0,0724488 bewirkt. Für den Fall, dass hochviskose Öle untersucht werden sollen, also die Aufstiegsgeschwindigkeit der fluiden Kugeln sehr langsam ist, besteht die Möglichkeit, ein 1:30 Schneckengetriebe zwischen zu setzen, wobei allerdings der Antriebsriemen wegfällt. Die Übersetzung ergibt sich für diese Konfiguration zu 1: 0,004762.

Die Lager für die Walzen sind wiederum auf einem Gerüst befestigt, welches auf dem Drehkammertisch montiert ist. Dieser Tisch lässt sich durch einen pneumatischen Zylinder in seiner Höhe verstellen; ein manueller Schneckenantrieb fährt ihn nach vorne bzw. hinten.

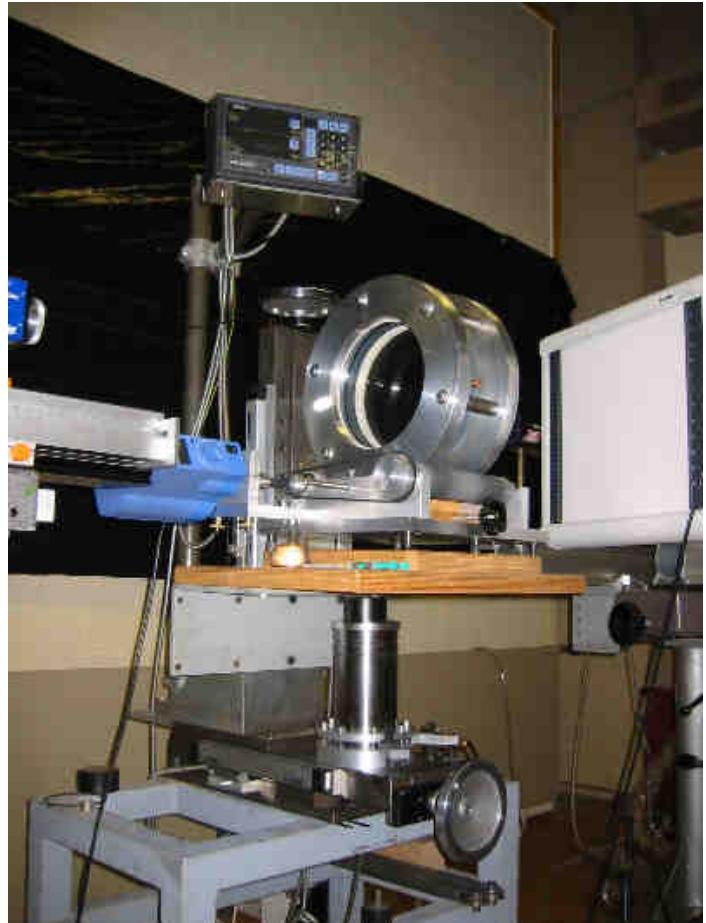


Abbildung 3.7: Der Drehkammertisch

Nun soll noch kurz auf einige, möglicherweise in Zukunft durchführbare Verbesserungen eingegangen werden. Diese betreffen einerseits die Drehkammergröße, andererseits ihren konstruktiven Aufbau und die Wahl der benutzten Materialien.

Die Größe der in der Kammer untersuchbaren Kugeln hängt stark von der Drehkammergröße selbst ab. Erreicht der Durchmesser der Kugel im Verhältnis zum Abstand der parallelen Glasscheiben einen zu hohen Wert, kann die Strömung nicht mehr mit der Umströmung einer komplett frei aufsteigenden Kugel verglichen werden. Die Kugel „spürt“ die Glasscheiben, da das umströmende Fluid sich zu diesen Seiten nicht mehr frei ausdehnen kann. Somit steigt der Widerstand, und das Messergebnis ist unbrauchbar. Ein weiteres Problem besteht, wenn die Kugel sich zu nah an dem Drehkammerring befindet, der ebenfalls einen hemmenden Einfluss auf die Ausdehnung der Strömung in diese Richtung hat. Nun könnte man meinen, dass sich durch einfache Erhöhung der Drehkammergeschwindigkeit die Kugel weiter ins Kammerinnere bewegen sollte, um einen sicheren Abstand von der Wand zu haben. Dieses ist prinzipiell richtig, doch muss beachtet werden, dass es einige von der Drehkammergeschwindigkeit abhängige Phänomene gibt, die die Stabilität der Kugel stark beeinflussen. So ist es nicht unbedingt möglich eine Kugel bei jeder beliebigen Drehgeschwindigkeit zu stabilisieren; welche Parameter hier genau Einfluss nehmen ist weitgehend unbekannt. Eine allgemeine Vergrößerung der Dimensionen der Drehkammer würde hier Abhilfe schaffen, da die Kugel bei langsamter Drehgeschwindigkeit weiter nach außen wandern könnte, ohne zu nahe an den Drehkammerring zu kommen. Auch wäre der Abstand der Glasscheiben nicht mehr kritisch, und Messungen an sehr großen Kugeln könnten vorgenommen werden, ohne dass diese einem zu starken Einfluss der Glasscheiben ausgesetzt wären.

Auftretende Probleme bei einer Vergrößerung sind das erhöhte Gewicht (Kammer könnte nicht mehr von Hand zum Reinigen etc. getragen werden), und das größere Volumen. Hierdurch ist eine größere Menge des zu untersuchenden Mediums notwendig, was sich in den Beschaffungskosten (z.B. teuere Öle), oder aber in Sicherheitsaspekten (große Mengen leicht entflammbarer Ethanols beispielsweise) niederschlägt.

Eine weitere Verbesserung betrifft die Werkstoffwahl, insbesondere die des Kammerring und der O-Ringe, die zwischen Kammerring und Glasscheiben sitzen, um die Kammer abzudichten. Da in der Drehkammer auch mit potenziell stark reaktiven Stoffen experimentiert wird (Säuren, oder starken Lösungsmitteln), die Reinheit des zu untersuchenden Stoffes jedoch von hoher Wichtigkeit ist (Problematik der Surfactants), ist es notwendig zu verhindern, dass die Drehkammer selbst von den Stoffen angegriffen wird und sich unbekannte chemische Verbindungen in der Flüssigkeit bilden. Der für solche Anforderungen wohl geeignete Werkstoff ist der Kunststoff PTFE, der auch unter seinem Markennamen Teflon bekannt ist. PTFE zeichnet sich durch eine extrem hohe

Inertisierung aus, er reagiert also mit praktisch keiner Chemikalie (außer geschmolzenen Alkalimetallen, welche ja auch nicht in der Kammer untersucht werden sollen). Eine Internetrecherche hat ergeben, dass es mit PTFE beschichtete O-Ringe in etwa passenden Größen 240x3 (bisher 224x3,8) für eine Neukonstruktion der Drehkammer vorhanden sind. Die O-Ringe selbst können nicht vollständig aus PTFE bestehen, da das Material nicht duktil genug ist, um die für einen Dichtungsring geltenden Anforderungen zu erfüllen. Dieses ist auch der Grund, warum der Drehkammerring selbst, der ebenfalls in direktem Kontakt mit der eingefüllten Flüssigkeit steht, und somit auch von dem Korrosionsaspekt betroffen ist, nicht aus PTFE gefertigt werden kann. Denkbar ist hier eine Lösung des Problems durch Verwendung von rostfreiem Edelstahl. Dieser wäre für die auch zukünftig in der Drehkammer zu erwartenden Stoffe hinreichend korrosionsschützt, und ließe sich auch spanend (Drehbank, Fräse etc.) bearbeiten.

3.2.2. Optischer Aufbau und Auswertung

In diesem Kapitel soll auf die optischen Methoden eingegangen werden, die zur Bestimmung der Position, Größe, aber auch der Deformation der Kugeln verwendet werden.

Zur Positionsbestimmung wird die Kammer so verfahren, dass der Helium-Neon-Laser die fluide Kugel trifft. Die genauen Koordinaten werden durch ein digitales Messsystem erfasst, das in Abbildung 3.8 oben zu erkennen ist. Vorher hat man mit Hilfe einer Kalibrationsplatte den Mittelpunkt der Drehkammer exakt bestimmt, so dass der Abstand der Kugel zu diesem bekannt ist. Die Genauigkeit der Positionsbestimmung der Kammer ist also die Genauigkeit der Positionsbestimmung der Kugel relativ zum Kammermittelpunkt (und damit der Geschwindigkeit, wenn die Rotationsgeschwindigkeit exakt bekannt ist). Für den Fall sehr ruhiger, kleiner Kugeln lässt sich die Blase am präzisesten anvisieren, so dass Genauigkeiten von etwa einem mm erreicht werden. Bei einem durchschnittlichen Abstand von der Drehkammermitte entspricht dieses einem Fehler von etwa 1,5%.

Zur Messung der Kugelgröße bieten sich zwei Vorgehensweisen an, die bereits beide in der Drehkammer Anwendung gefunden haben. Zunächst jene, die die Mie-Streuung nutzt, und von Peters und Biermann [23] beschrieben wird. Zwar ist dieses Messverfahren sehr genau, jedoch nicht so schnell durchzuführen, wie das nachfolgend beschriebene Verfahren der optisch scharfen Abbildung.

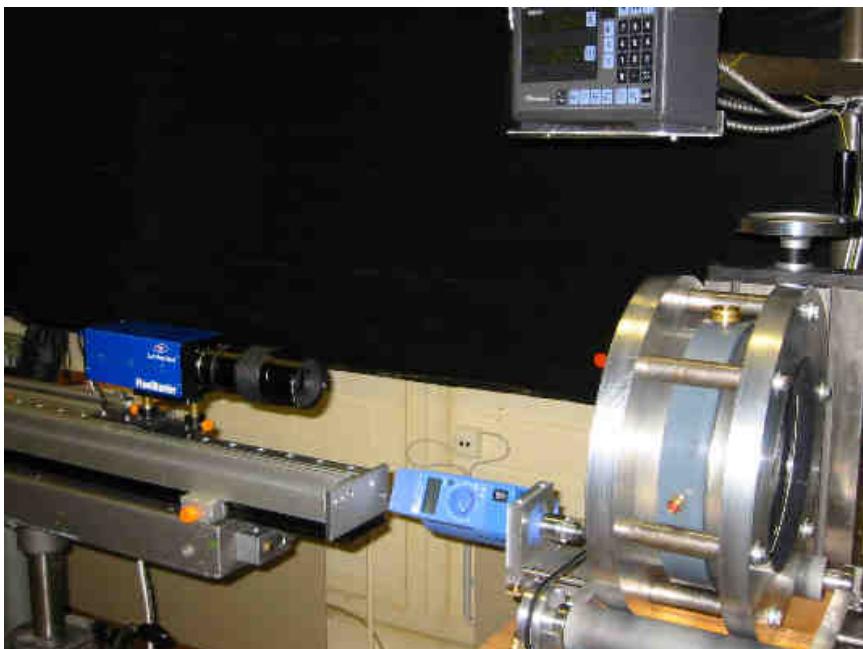


Abbildung 3.8: Ansicht der Kamera mit Objektiv und Drehkammer

Die Größenbestimmung über die optisch scharfe Abbildung lässt sich wie folgt verstehen:

Auf der Rückseite der fluiden Kugel wird eine diffuse Lichtquelle installiert. Auf der gegenüberliegenden Seite befindet sich eine auf einer Schiene verfahrbare Digitalkamera mit

Objektiv, das das von der Blase kommende Licht auf den CCD Chip der Kamera fokussiert. In Abbildung 3.9 ist diese Situation dargestellt.

Die Kamera ist ein FlowMaster der Firma LaVision mit einer Auflösung von 1280 x 1024 Pixel (Abbildung 3.8). Das Objektiv wurde von Carl Zeiss hergestellt, und ist ein Makro-Planar 1:2,8 mit einer Brennweite von $f=100$. Die Blende lässt sich zwischen 2,8 und 22 verstellen, das Abbildungsverhältnis kann zwischen 1:10 und 1:1 gewählt werden.

Schematische Aufsicht auf den Versuchsaufbau

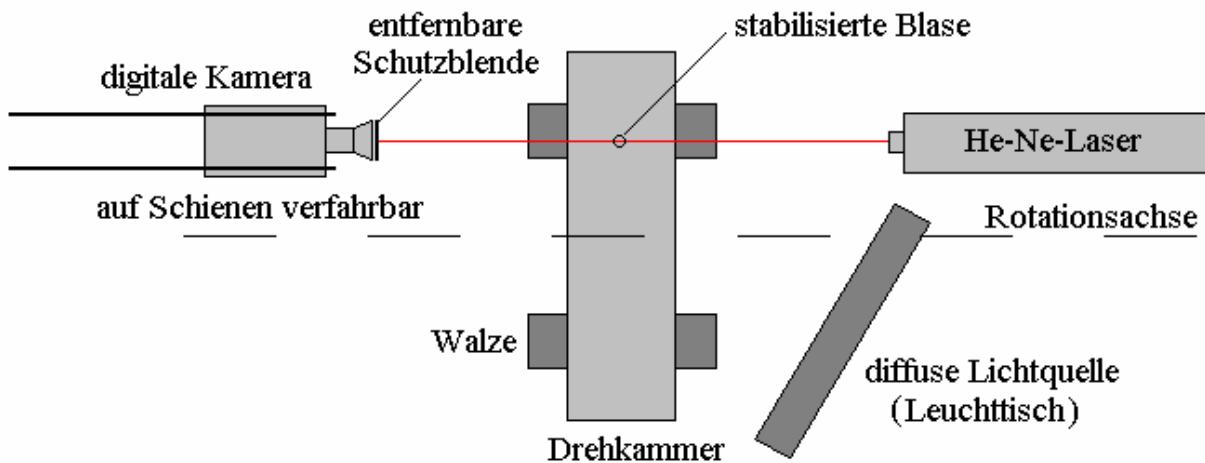


Abbildung 3.9: Optischer Aufbau in der Aufsicht

Im Objektiv befinden sich Linsenpakete, die durch Verfahren verschiedene Abbildungsverhältnisse möglich machen. Das angesprochene Abbildungsverhältnis gibt an, wie groß das auf dem Chip abgebildete Bild im Verhältnis zum Original ist. Für ein Abbildungsverhältnis von 1:10 ist das Original also 10mal so groß, wie es auf dem Chip dargestellt wird, bei einem Verhältnis von 1:1 entspricht die Projektionsgröße exakt der des Originals. Bleibt nun das Abbildungsverhältnis zweier Bilder gleich, und ist das Objekt scharf abgebildet, so ist auch der Maßstab des Objektes auf dem Chip gleich. Diese Tatsache macht man sich bei der Größenbestimmung zu nutze. Da bei den digitalen Kameras – anders als bei den analogen – das Bild aus einer Vielzahl von Bildpunkten gleicher Größe, so genannten Pixel, zusammengesetzt ist, und diese in gleichem Abstand zu einander in Zeilen angeordnet sind, lassen sich Größen in digitalen Bildern sehr leicht errechnen. Bei einem festgelegten Abbildungsverhältnis des Objektivs kann die (scharfe!) Aufnahme eines Millimeterpapiers genutzt werden, um zu bestimmen, wie viele Pixel welcher Länge entsprechen. Von Aufnahmen flüider Kugeln (mit den gleichen Einstellungen wie beim Millimeterpapier), lässt sich so die Pixelgröße leicht in eine echte dimensionsbehaftete Größe (mm) umrechnen. Bei diesem

Verfahren können jedoch zwei Fehler auftreten. Zum einen ist es möglich, dass die Kugel nicht exakt scharf abgebildet ist; der Abstand der Kamera wäre also falsch gewählt, und das Abbildungsverhältnis würde nicht mehr stimmen. Zum anderen ist das digitale Bild in diskrete Punkte unterteilt (Pixel), und die Genauigkeit dadurch eingeschränkt. Ein Bildpunkt entspricht bei einem Abbildungsverhältnis von 1:1,5 einer Größe von $10,204\mu\text{m}$; so tritt beispielsweise bei einer Unsicherheit von 3 Pixel ein Fehler von 0,0306mm auf. Durch wiederholte Messungen der gleichen Kugeln, konnte die Genauigkeit dieses Verfahrens für typische Kugelgrößen zu unter 3% Wiederholungsabweichung bestimmt werden. Ein Vorteil dieser Methode ist es, dass durch die Aufnahmen die Deformation der Blasen zudem mit erfasst und archiviert wird.

An dieser Stelle bietet es sich an auf den Strahlengang bei der scharfen Abbildung einer Blase einzugehen. Dieser ist für ein typisches Abbildungsverhältnis von 1:1,5 in Abbildung 3.10 dargestellt. Auf der rechten Seite der Drehkammer befindet sich eine diffuse Lichtquelle (Leuchttisch), die zur Beleuchtung dient. Das von der Blase ausgesandte Licht wird durch das Objektiv, welches sich als eine Ersatzlinse darstellen lässt, auf den sich in der Kamera befindenden CCD-Chip fokussiert, wo es sich als ein reales, um den Faktor 1,5 verkleinertes Bild findet.

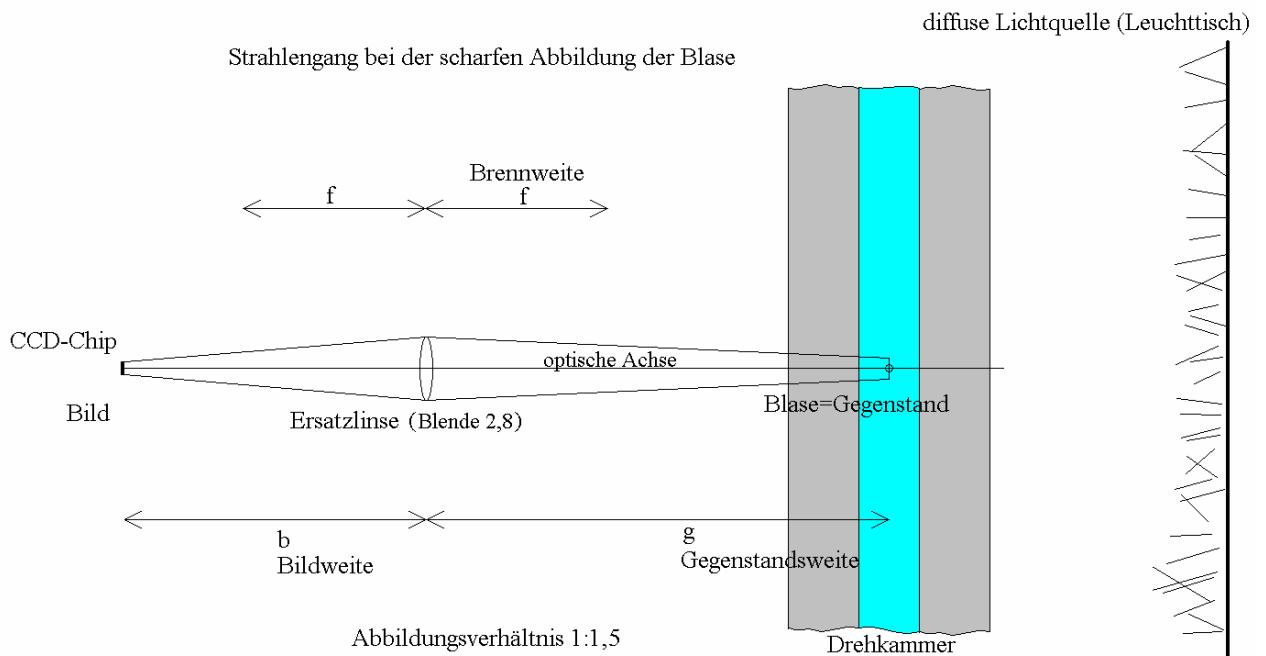


Abbildung 3.10: Strahlengang

Da, wie in Abbildung 3.10 ersichtlich, die Lichtstrahlen die Glasscheibe der Kammer fast senkrecht passieren, tritt praktisch keine Brechung auf. Somit muss dieses bei der späteren Auswertung nicht berücksichtigt werden.

Mathematisch lassen sich die für eine scharfe Abbildung geltenden Zusammenhänge exakt angeben, auch wenn im Experiment in der Regel die Kamera – ohne Berechnung – in ihrer Position verändert

wird, bis sich ein scharfes Bild auf dem Monitor zeigt. Im Allgemeinen bezeichnet man die Brennweite mit f . Den Abstand zum abgebildeten Gegenstand bezeichnet man als Gegenstandsweite g , den von der Linse zum Schirm (dem Chip) als Bildweite b . M steht für das Abbildungsverhältnis, und ist für ein reales Bild, dieser Fall liegt bei einem Objektiv vor, negativ. Aus der Geometrie ergeben sich folgende Zusammenhänge

$$M = -\frac{b}{g} = \frac{f}{f-g}, \text{ und} \quad 3.1$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{g} = \frac{1}{f}. \quad 3.2$$

Für das für die Messungen verwendete Carl Zeiss Makro-Planar Objektiv mit einer Brennweite f von 100mm, ergeben sich bei einem typischen Abbildungsverhältnis von 1:1,5

- die Gegenstandsweite g zu 250mm, und
- die Bildweite b zu 166,66mm.

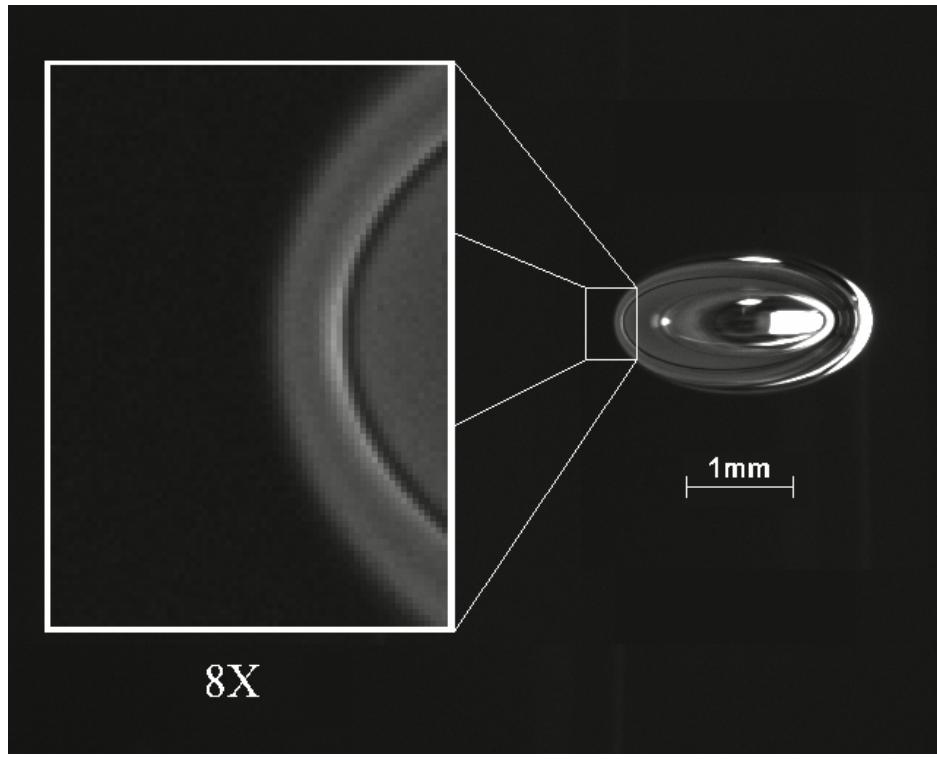


Abbildung 3.11: Scharfe Aufnahme einer Luftblase in Siliconöl AK10

Abbildung 3.11 ist mit dem beschriebenen Verfahren erstellt worden, und zeigt eine Luftblase in Siliconöl AK10 (die Größenangabe wurde nachträglich eingefügt). Mit dem PIV Programm DaVis 7.0 (Sizing Master IMI) der Firma LaVision, das auch zu Steuerung der Kamera FlowMaster dient, lassen sich die relevanten Bereiche der Aufnahme vergrößern, und die Längen in Pixel exakt bestimmen. Somit sind nach Umrechnung in dimensionsbehaftete Größen (mm) die Abmessungen der Blase in horizontaler wie vertikaler Richtung, sowie die Deformation bekannt.

3.2.3. Wasserqualität und Wasserwechsel

Da, wie zuvor beschrieben, der experimentelle Versuchsaufbau mit der Drehkammer (wegen des hohen Oberflächenalters) besonders empfindlich auf Verunreinigungen im Wasser reagiert, soll in diesem Abschnitt auf das verwendete Wasser, sowie die getroffenen Vorsichtsmaßnahmen zu seiner Reinhaltung eingegangen werden. Da das Wasser stets in einem für das Labor, aber auch für andere Experimentatoren, genau definierten reproduzierbaren Zustand vorliegen sollte, wurde VE - also vollentsalztes Wasser - benutzt. Dieses wird oft auch als destilliertes Wasser bezeichnet, jedoch lassen sich über das Verfahren der Destillation niemals die höchsten Reinheitsgrade von Wasser erreichen. Da im Wasser gelöste Salze als Ionen vorliegen, und diese Ionen sich im Wasser praktisch frei bewegen können, wirken die Salze als Leitfähigkeitsverbesserer. Wird ein elektrisches Feld angelegt, so wandern die Ionen – je nach ihrer Polarität - an die Elektroden und ein Strom fließt. Wünschenswert ist für den Versuchsaufbau ein Wasser mit wenig gelösten Salzen, es sollte also einen hohen Widerstand, der dem Kehrwert eines niedrigen Leitwertes entspricht, aufweisen.

Um die Leitfähigkeit des Wassers im Labor zu bestimmen, wird das in unten stehender Abbildung 3.12 dargestellte Leitfähigkeitsmessgerät verwendet. Die Funktionsweise eines solchen Gerätes lässt sich wie folgt verstehen: Zwei Elektroden einer definierten Fläche sind in einem genau festgelegten Abstand zueinander befestigt. Diese werden nun in die zu untersuchende Flüssigkeit vollständig eingetaucht, und eine Spannung wird angelegt. Aus dem dadurch fließenden elektrischen Strom lässt sich der Widerstand zwischen den Elektroden bestimmen.



Abbildung 3.12: Leitfähigkeitsmessgerät mit Messsonde

Dieser Widerstand wird in der Form des spezifischen Widerstandes angezeigt und hat die Dimension $\Omega \text{ m}$. Der Kehrwert des spezifischen Widerstandes heißt elektrische Leitfähigkeit. Da

$\frac{1}{\Omega} = 1S$ (Siemens) ist, kann die elektrische Leitfähigkeit auch als $\frac{S}{m}$ geschrieben werden.

Die untenstehende Tabelle 3.2 (aus <http://www.lenntech.com/deutsch/deionisiertes-demineralisiertes%20Wasser.htm>) soll die erreichbaren Reinheitsklassen und ihre Herstellungsverfahren etwas genauer beleuchten. In der Regel wird das Reinwasser in (mehr oder weniger) aufwändigen Apparaturen, die sich auch im Labormaßstab erwerben lassen, durch Umwandlung von normalem Leitungswasser hergestellt. Hierzu gibt es verschiedene Verfahren, wie beispielsweise die Anwendung von Ionentauschern; aufgrund der Komplexität des Themas kann an dieser Stelle nicht weiter darauf eingegangen werden.

Die angesprochenen Laboranlagen zur Reinwasserherstellung sind jedoch in ihrer Anschaffung nicht nur relativ teuer, sie benötigen auch eine regelmäßige Pflege, wie das Spülen der Kartuschen. Weiterhin ist es, je nach Verfahren, notwendig, Filterpatronen häufig durch neue zu ersetzen. Freundlicherweise wurden die für die Versuche notwendigen Wassermengen (die ja im Vergleich zu anderen Laboratorien sehr klein sind) vom IWW Mülheim (Abteilung Wassertechnologie) zur Verfügung gestellt.

Der spezifische Widerstand dieses Wassers wurde nach Transport und Lagerung mit dem oben beschriebenen Messverfahren zu $1,25 \text{ M}\Omega \text{ cm}$ bestimmt.

	Hoch reines Wasser (Ultra-pure water)	Reines Wasser (pure water)	Gereinigtes Wasser (purified water)
spez. Widerstand	$10-18 \text{ M}\Omega\text{cm}$	$1-10 \text{ M}\Omega\text{cm}$	$1-0,02 \text{ M}\Omega\text{cm}$
spez. Leitfähigkeit	$0,1-0,0555 \mu\text{s}/\text{cm}$	$1,0-0,1 \mu\text{s}/\text{cm}$	$1-50 \mu\text{s}/\text{cm}$
Herstellungsprozess	Mischbettionenaustauscher	Stark basisches Mischbettsystem	Schwach basisches Mischbettsystem

Tabelle 3.2: Wasserqualitäten und Herstellungsverfahren

Beim Wasserwechsel ist es zu vermeiden, dass Staub aus der umgebenden Luft oder andere Verschmutzungen in die Kammer eindringen. Hierzu wird Stickstoff 5.0, der eine Reinheit von 99,999% aufweist, zum Spülen benutzt. Im Anhang befindet sich eine detaillierte Anleitung zum Wasserwechsel.

Weiterhin besteht im Labor die Möglichkeit der pH-Wert Bestimmung durch Universalindikatoren.

3.2.4. Andere Fluide (Öle, Ethanol...)

Es besteht nicht nur das Interesse Wasser untersuchen zu können: Luft in Wasser ist zwar einerseits, aufgrund seiner Wichtigkeit für industrielle Anwendungen, oder des häufigen Vorkommens in der Natur, ein sehr wichtiges System, doch führt es andererseits zu Problemen, wenn das Verhalten von Blasen in Flüssigkeiten im Allgemeinen betrachtet werden soll. Dieses liegt daran, dass Wasser, unter anderem wegen seiner Wasserstoffbrückenbindung, einige sehr ausgeprägte Anomalien im Vergleich zu anderen Flüssigkeiten aufweist. Hierzu zählt beispielsweise die Dichte, die bei etwa 4°C am höchsten ist. Auch ist Wasser ein stark polares (= hohes elektrisches Dipolmoment) Medium, ganz im Gegensatz zu Ölen.

Möchte man nun also Siliconöl, das in diversen Viskositäten von der Firma Wacker erhältlich ist, in der Kammer untersuchen, so muss damit natürlich sparsamer umgegangen werden als mit Wasser, das ja auch in reiner Form in größeren Mengen verfügbar ist. Die Kammer sollte also vor Einbringen des Öls absolut staubfrei sein, und man sollte sich überlegen in welcher Reihenfolge die vorzunehmenden Experimente am besten durchgeführt werden. Untersucht man beispielsweise Wassertropfen in Siliconöl, so ist für alle folgenden Experimente nicht mehr sicher, ob nicht im Wasser vorhandene Verunreinigungen (wie Tenside) auf das Öl übertragen wurden.

Auch muss bei Öl beachtet werden, dass die Spritzen - besonders bei AK100, (die Viskosität ist 100-mal so hoch wie die von Wasser) - nicht mehr funktionieren. Wenn das Öl durch die enge Kanüle gepresst werden soll, baut sich durch die Viskosität ein so starker Gegendruck auf, dass fast kein Öl fließt. Auch verdampfen Reste, die auf den Arbeitstisch gelangt sind, nicht wie bei Wasser oder Alkoholen.

Arbeitet man hingegen mit Ethanol oder anderen Lösungsmitteln sollte man sich stets über zwei Dinge im Klaren sein. Einerseits sind diese, insbesondere Methanol, giftig, und auch ihre Dämpfe können in moderaten Konzentrationen bereits zu Bewusstseinstrübungen führen. Man sollte also vermeiden, große Mengen direkt einzutauen. Weiterhin sind diese Substanzen alle gut oder sehr gut entflammbar. Ist die Kammer mit Ethanol gefüllt, so befinden sich 1,5 Liter leicht entzündliche Flüssigkeit im Raum.

Besondere Vorsicht ist beim Hantieren mit Säuren und Laugen geboten. Es hat sich gezeigt, dass es am besten ist, eine Verdünnung direkt in der Kammer vorzunehmen. Hierzu füllt man die Drehkammer zu etwa zwei Dritteln mit reinem Wasser, und fügt die benötigte Menge an Säure oder Base zu. Typischerweise reichen 150 ml, um eine 1 zu 10 Verdünnung in der Kammer herzustellen.

Auch muss beachtet werden, dass niemals Wasser in die konzentrierte Säure geschüttet werden darf, da dieses zu einer stark exothermen Reaktion führt. Auf jeden Fall sollte bei diesen Versuchsreihen ein Kittel, sowie Handschuhe und ein Augenschutz getragen werden. Auch ist es sinnvoll für gute Belüftung zu sorgen.

Man muss bei all diesen Substanzen auch bei der Entsorgung aufpassen, da sie nicht wie destilliertes Wasser einfach in den Abfluss gekippt werden dürfen. Es empfiehlt sich geeignete Behälter bereit zu halten, und die benutzten Flüssigkeiten getrennt darin zu lagern, bis eine ausreichende Menge angefallen ist. Diese kann dann zusammen ordnungsgemäß entsorgt werden. Für Salzsäure und Natronlauge gilt, dass man sie entweder in neutralisiertem, oder in stark verdünntem Zustand in den Ausguss schüttend darf. Es sollte gut mit Wasser nachgespült werden.

3.2.5. Erzeugung einer fluiden Kugel

Zum Einbringen einer fluiden Kugel in die Drehkammer wird diese in eine Position gebracht, bei der eine der Öffnungen (Verschlusskappen) senkrecht nach oben steht. Nach Entfernen dieser Kappe wird die Kammer soweit gedreht, bis die Öffnung nicht mehr exakt nach oben zeigt; die sich in der Kammer befindende Flüssigkeit läuft jedoch aufgrund des Kapillareffekts nicht aus der Kammer aus. Der Vorteil dieser Vorgehensweise zeigt sich zum Beispiel beim Einbringen einer Gasblase, da das Entweichen dieser durch die Öffnung verhindert wird, und sie zum höchsten Punkt an der Kammerinnenseite aufsteigt. Jedoch kommt es beim Anfahren der Drehkammer oft vor, dass die Blasen an der Kammerwand fest hängen, und sich somit nicht stabilisieren lassen. Man kann diese durch ein ruckartiges Anfahren (oder ruckartiges Abbremsen) und die dabei auftretenden Scherkräfte von der Wand entfernen. Hierbei ist aber Vorsicht geboten, um Schäden an der Kammer oder am Motor zu vermeiden.

Die für die Drehkammer wohl geeignetste Methode fluide Kugeln zu erzeugen, ist die Anwendung von Spritzen. Diese sind im Labor in verschiedensten Größen vorhanden, und sowohl für die Erzeugung von flüssigen fluiden Kugeln, als auch für die von gasförmigen fluiden Kugeln geeignet. Das Volumen der erzeugten Blase vorab durch die Bestimmung des Volumens in der Spritze festzulegen erweist sich als schwierig, da in der Praxis die Blase ab einer gewissen Größe von der Kanüle abreißt, bzw. „zerstäubt“ wird, wenn der Kolben zu schnell in die Spritze geführt wird. Hierbei würde sich ein ganzer Schwarm kleiner Blasen bilden. Es hat sich bewährt, durch die Wahl der Kanülengröße eine maximale Blasengröße vorzugeben, da diese stark von dem Durchmesser der verwendeten Kanüle abhängt. Kleinere Blasen lassen sich auch durch vorzeitiges „Abschütteln“ von der Kanüle erzeugen. Das exakte Vorhersagen ihrer Größe ist jedoch schwierig, sodass es zumeist nur über mehrfaches Probieren gelingt, eine Blase der gewünschten Größe zu erstellen. Folgende Spritzen wurden hierzu verwendet (der Größe nach sortiert):

- Exmire Microsyringe (ITO), Volumen von 50 μ l
- Braun Injekt, Volumen von 3ml
- BP Plastipak, Volumen von 100ml

Für die Erzeugung kleiner Gasblasen in niederviskosen Flüssigkeiten eignet sich hier die 50 μ l Spritze, da größere Luftblasen sehr schnell zu einem instationären Verhalten (zig-zaging) neigen, und somit für die Messungen uninteressant sind. Sehr viel häufiger wurde jedoch die Braun Injekt mit einem Volumen von 3ml eingesetzt, da sich mit dieser fluide Kugeln aus Flüssigkeiten und mittelgroße Blasen besonders leicht herstellen lassen.

Spritzen, die bereits mit Ölen in Kontakt gekommen sind, dürfen in weiteren Versuchen mit reinem Wasser nicht mehr benutzt werden, da eine Verunreinigung des Wassers die Messergebnisse verfälschen würde.

3.2.6. Zerlegung und Reinigung der Drehkammer



Abbildung 3.13: Der Vakuum-Sauger mit der Drehkammer

Anschließend wird die Drehkammer liegend auf den Montagetisch, so wie in Abbildung 3.13 gezeigt, gesetzt. Auf das nach oben zeigende Glasfenster kann dann der Vakuum-Sauger, der in diesem Fall als Schutz für das empfindliche Glas (Kratzer durch Abrutschen beim Schrauben) dient, gelegt werden. Nun löst man alle Befestigungsschrauben leicht an (etwa halbe Umdrehung), entfernt den Sauger und dreht die Kammer auf die andere Seite, um beim Ablösen des Metallhalteringes ein Verkanten zu verhindern. Nachdem der Sauger wieder angebracht ist, wird er mehrmals betätigt, so dass er fest greift. Nun können alle Schrauben (auf der Oberseite) vollständig gelöst und entfernt werden. Dieses sollte möglichst gleichmäßig passieren, es empfiehlt sich immer gegenüberliegende Schrauben anzulösen, und erst in einem weiteren Schritt zu entfernen. Nach vorsichtigem Anheben, wird der Metallring bei Seite gelegt. Die Glasscheibe kann nun mit dem Sauger langsam angehoben und zur Reinigung in eine Wanne gelegt (die untere Abbildung dient nur dem besseren Verständnis, die Glasscheibe sollte in die Wanne). Zur Säuberung der Glasscheiben, wie auch des Drehkammerring, eignen sich mit Methanol befeuchtete Tücher besonders gut. In der Kammer zurück bleibende Methanolreste, sollten jedoch möglichst vermieden werden, da diese nachfolgende Messungen beeinflussen könnten.



Abbildung 3.14: Die geöffnete Drehkammer

Falls sich in der Kammer noch Partikel befinden, die sich nicht über einen einfachen Wasserwechsel entfernen lassen, oder wenn – beispielsweise nach der Benutzung von Ölen – eine vollständige Reinigung der Kammer notwendig ist, muss diese demontiert werden.

Hierzu wird die sich in der Kammer befindende Flüssigkeit ausgelassen.



Abbildung 3.15: Spülen der Kammer mit Stickstoff

Um die Kammer nach ihrer Reinigung wieder zusammen zu bauen, müssen zunächst, wie in Abbildung 3.15 gezeigt, die O-Ringe und den Kammerring in Position gebracht werden. Da sich nach dem Zusammenbau noch Flusen oder Staub in der Kammer befinden können, ist es ratsam mit einem Schlauch, der an einer Stickstoffflasche

angeschlossen ist, die Kammer sowie die Scheiben zu spülen. Die Glasscheibe kann nun vorsichtig wieder ein- und der Metallring darüber gelegt werden.

Der eben genannte Metallring sollte so angebracht werden, dass, wie in der Abbildung rechts gezeigt, die Markierungen jeweils übereinander liegen. Dieses verhindert ein Verkanten der Deckel. Nachdem man sich durch die Glasscheibe vergewissert hat, dass die Dichtungen noch an der gewünschten Position liegen, befestigt man die Schrauben. Zuvor muss aber beachtet werden, dass durch den Anpressdruck die Dichtungen sofort in die Kammermitte springen würden. Um dieses Problem zu umgehen, wendet man folgendes Verfahren an:



Abbildung 3.16: Die Positionsmarkierungen

Wie in Abbildung 3.17 gezeigt, entfernt man den Anschluss (der normalerweise zum Wasserwechsel dient) von der Y-Brücke, und drückt ihn in den Stickstoffschlauch. Nun befestigt man die Schläuche an einem Anschluss der Drehkammer. Den anderen Anschluss lässt man zunächst offen, und prüft ob das seitliche Beobachtungsfenster auch eingesetzt ist. Nun lässt man langsam Gas durch den Schlauch strömen. Hält man nun mit dem Finger den verbleibenden, offenen Anschluss der Kammer zu, so baut sich in ihr ein Überdruck auf. Man hört wie die Dichtungsringe in ihre Position springen. Dieses kann durch vorsichtiges Ruckeln am Kammerring unterstützt werden. Nun beginnt man die Kammer zuzuschrauben, wobei darauf geachtet werden sollte, dass beim Hantieren mit den Schrauben stets der Vakuum-Sauger auf der Glasscheibe liegt, um ein Verkratzen durch Abrutschen oder dergleichen zu verhindern. Falls notwendig, kann der Überdruck in der Kammer die ganze Zeit aufrechterhalten werden, um ein Abrutschen der Dichtungen zu verhindern. Ab und an sollte man jedoch den Finger von dem Anschluss nehmen, um einen zu hohen Kammerinnendruck zu vermeiden (der Druck wird jedoch primär durch den Druckminderer der Stickstoffflasche bestimmt).

Nachdem nun die Schrauben auf einer Seite bereits festgezogen sind, muss die Kammer noch umgedreht, und die vorhin angelösten Schrauben wieder fest angezogen werden.

Die Kammer ist nun vollständig gereinigt und zusammengebaut, und kann wieder mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt werden.



Abbildung 3.17: Montage der Drehkammer

4. Ergebnisse

4.1. Messungen an starren Kugeln

Um die mit der Drehkammer vorgenommenen Messungen an fluiden Kugeln überhaupt rechtfertigen zu können, war es zunächst notwendig, Messungen an starren Kugeln vorzunehmen. Diese wurden daraufhin untersucht, wie groß der Einfluss des Geschwindigkeitsgradienten in der Drehkammer ist, und ob eventuell andere Effekte, z.B. durch zu geringen Abstand zur Glasscheibe oder Ringwand, auftreten. Der Vergleich mit anderen Daten ist relativ leicht möglich, da vielfältige Messungen an starren Kugeln in Windkanälen oder dergleichen vorliegen. So ist beispielsweise die „standard drag curve“ entwickelt worden, die den dimensionslosen Widerstandsbeiwert als Funktion der Reynolds-Zahl angibt. Über Rechnungen kann man nun untersuchen, ob sich die starren Kugeln in der Kammer wie erwartet verhalten. Gemäß Tabelle 3.1 hat sich zum einen Glas (BK7) als Material für die starren Kugeln bewährt, da mit sehr hoher Genauigkeit gefertigte optische Kugeln leicht verfügbar sind. Zum anderen konnten Messungen mit Styropor durchgeführt werden, so dass zwei Materialien unterschiedlichster Dichte benutzt worden sind. Sowohl die Styropor- als auch die Glaskugeln zeigten aufgrund der verwendeten Kugelgröße (1 bis 3,8mm) und dem doch sehr großen Dichteunterschied (im Vergleich zu Öltropfen in Wasser beispielsweise) in Wasser ein stets instabiles Verhalten. Dieses drückte sich bei Styropor durch ein anhaltendes „zig-zaging“ aus, bei Glaskugeln, die schwerer als Wasser sind und somit sinken, dagegen durch sich verstärkendes Kreisen. Dass sich die Glaskugeln nur schwerer und zeitlich begrenzt stabilisieren lassen, könnte daran liegen, dass für diesen Fall die Kräftebilanz zwar ausgeglichen ist, bei Abweichungen die Kugel jedoch nicht wieder in den stabilen Punkt hineingedrängt wird.

Um diese Probleme zu umgehen, wurden die Messungen in Ölen mit höheren Viskositäten als Wasser durchgeführt. Benutzt wurden die Silikonöle Wacker AK10 und AK100 mit einer kinematischen Viskosität von 10mm²/s bzw. 100mm²/s. Das „zig-zaging“ der Styroporkugeln trat nicht mehr auf, und die Glaskugeln ließen sich kurzzeitig stabilisieren. Hierzu wurde die Drehgeschwindigkeit der Kammer nach und nach erhöht, bis die Kugel von der Wand „abhob“. Wenn diese einen gewissen Abstand von der Wand erreicht hatte (etwa 10mal der Kugeldurchmesser um eine Beeinflussung der Strömung durch die Wand auszuschließen), wurde die Geschwindigkeit konstant gehalten und die Messung durchgeführt. Nach ca. 30 Sekunden begannen die Kugeln jedoch zunehmend zu kreisen, weshalb die Ermittlung der Geschwindigkeit innerhalb dieses Zeitraums erfolgen muss.

In nachfolgendem Diagramm (Abbildung 4.1) wird (wie in der Kennzahlenanalyse bereits festgelegt) die dimensionslose Geschwindigkeit über der Archimedes-Zahl aufgetragen; die experimentellen Daten sind im Anhang auch als Tabelle A11 und A12 beigefügt. Weiterhin ist aus

der bereits vorgestellten Formel von Langmuir und Blodgett (Gl. (2.86)) für den Widerstand einer starren Kugel der zu erwartende Wert (dimensionslose Geschwindigkeit als Funktion der Archimedes-Zahl) eingezeichnet. Da Gl. (2.86) jedoch den Widerstandsbeiwert als Funktion der Reynolds-Zahl darstellt, ist hier eine Umrechnung notwendig. Durch Vorgabe der Fluide und eines Kugeldurchmessers steht die Archimedes-Zahl fest. Doch die Reynolds-Zahl hängt von der Geschwindigkeit ab, die wiederum durch den Widerstandsbeiwert bestimmt wird. Da dieser jedoch selbst von der Reynolds-Zahl abhängig ist, wird die Berechnung in einem iterativen Prozess durchgeführt, der in einem Excel-Arbeitsblatt implementiert wurde.

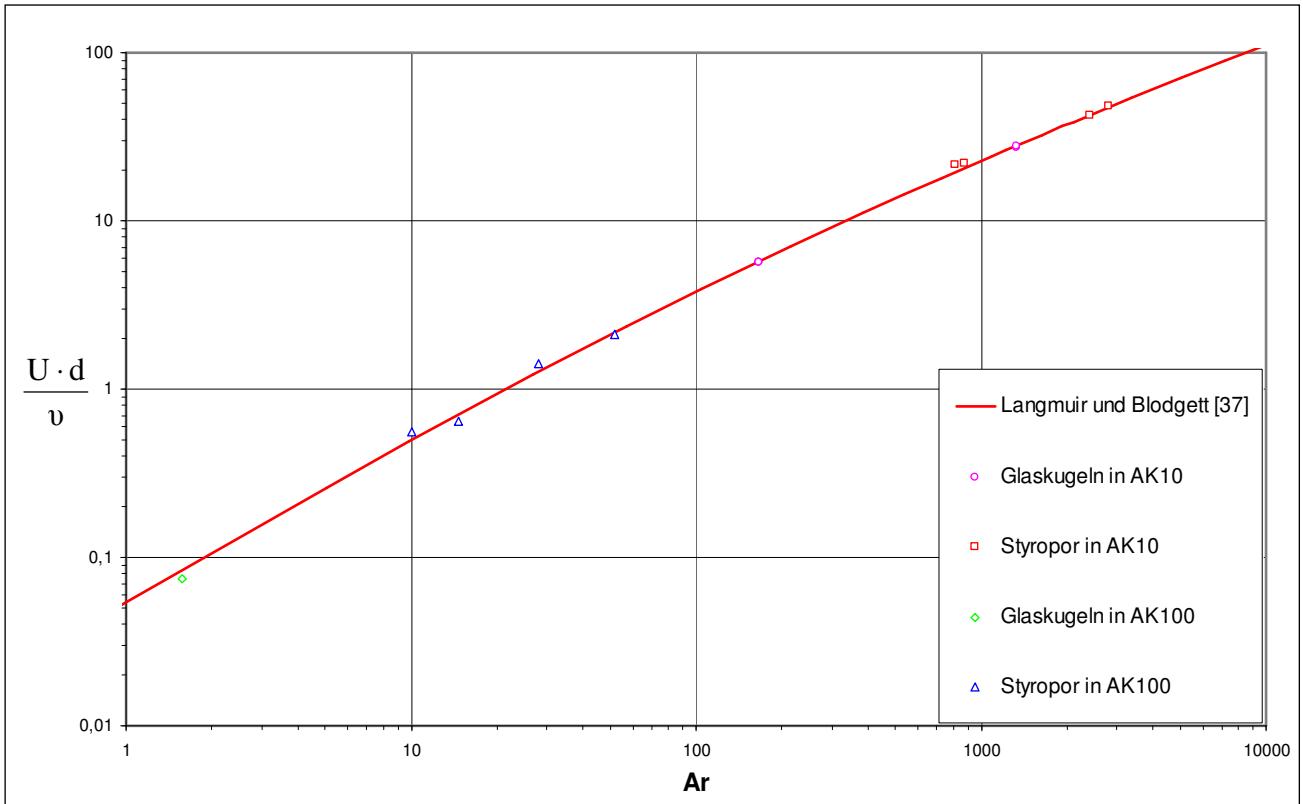


Abbildung 4.1: Messungen an starren Kugeln in der Drehkammer

Es ist zu erkennen, dass die gemessenen Werte – wie bereits im Kap. 2.1.2 vorgestellt – auf einer Kurve liegen, da auch unterschiedliche Dichten durch die Archimedes-Zahl abgedeckt werden. Wichtiger ist jedoch, dass die Messwerte sehr gut auf der Kurve von Langmuir und Blodgett liegen. Dass die Drehkammer theoretisch funktioniert, wurde bereits im Kap. 2.1.3 gezeigt. Nun ist ihre Funktionsweise auch über Messungen an starren Kugeln bestätigt; Einflüsse aus dem Geschwindigkeitsgradienten oder dem Wandabstand sind also für die untersuchten Größenverhältnisse vernachlässigbar.

4.2. Messungen an fluiden Kugeln [Gas in Flüssigkeit]

In diesem Abschnitt soll auf die Ergebnisse der durchgeführten Experimente an Luftblasen in Flüssigkeiten eingegangen werden (Tabelle A13-A21). Wie im theoretischen Teil dieser Arbeit bereits vorgestellt, bietet es sich an, die Aufstiegsgeschwindigkeiten dimensionslos über der Archimedes-Zahl aufzutragen.

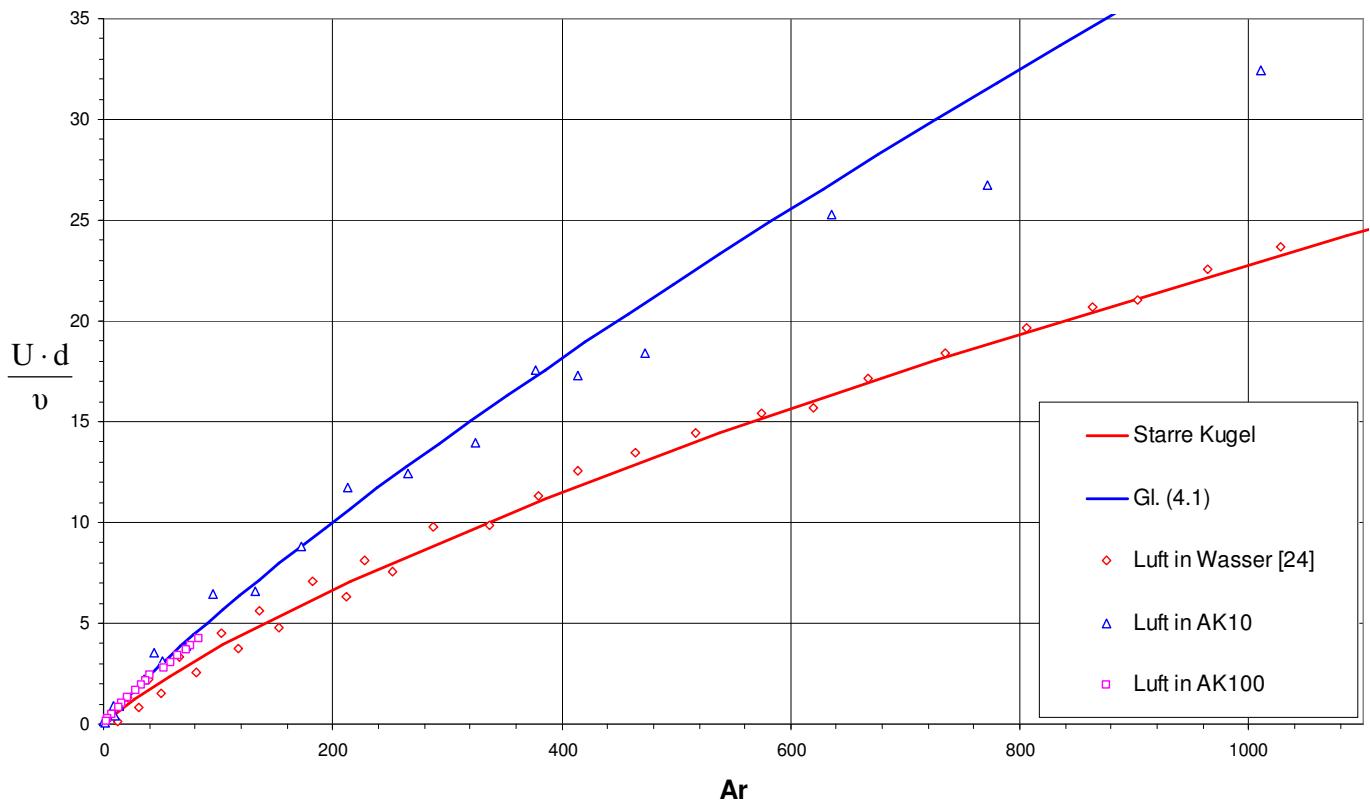


Abbildung 4.2: Einige Drehkammer-Messergebnisse für Gasblasen in Wasser und Siliconöl

Es fällt auf, dass die Messwerte von Luftblasen in Öl über der Kurve für starre Kugeln liegen - sie sind also schneller. Da es sich bei den eingezeichneten Öl-Messpunkten jedoch um zwei Versuche mit unterschiedlichen Viskositäten handelt, ist es umso erstaunlicher, dass beide Messreihen einen nahezu deckungsgleichen Kurvenverlauf aufzeigen. Dieses wirft die Frage nach einer Ausgleichskurve auf, die die undeformierten Kugeln (in Öl AK10: Archimedes-Zahlen kleiner als 400) abdeckt. Ausgehend von der Gleichung von Langmuir und Blodgett (Gl. (2.86)) hat sich durch Anpassung der Koeffizienten (erster Ordnung) folgende Gleichung als geeignet herausgestellt

$$c_w = \frac{16}{Re} \left(1 + 0,26895 \cdot Re^{0,39179} \right). \quad (4.1)$$

Diese ist in der wie angesprochen umgewandelten Form in Abbildung 4.2 als blaue Linie mit eingetragen.

Es ist nun von Interesse zu sehen, ob Gl. (4.1) auch mit den Daten von Duineveld [12], die in Wassersäulen gewonnen wurden, übereinstimmen. Dazu wird das Diagramm (Abbildung 4.2) in eine doppelt logarithmische Darstellung umgewandelt, da die Messpunkte einen sehr großen Zahlenbereich abdecken. Das Ergebnis ist in folgendem Diagramm (Abbildung 4.3) dargestellt.

Es zeigt sich, dass Gl. (4.1) auch die Werte von Duineveld [12] sehr gut trifft. Da diese nicht in einer Drehkammer entstanden sind, könnten sie aufgrund ihres niedrigen Oberflächenalters – wie in der Einleitung unter Literatur beschreiben - als Gemeinsamkeit zu den Messungen an Luftblasen in Siliconöl eine mobile Oberfläche aufweisen.

Die besonders für größere Archimedes-Zahlen nach unten abweichenden Werte für Luft in Siliconöl AK10 lassen sich durch die sehr starke Deformation dieser Blasen erklären. Für diese Stoffkombination sind einige „aspect ratios“ ($E = \text{Höhe durch Breite}$) eingezeichnet. Oberhalb einer Deformation von $E=0,75$ scheint die Kurve nach unten abzuweichen.

Der gleiche Effekt tritt, allerdings bei größeren Archimedes-Zahlen, auch in den Messungen Duinevelds [12] auf. Dies erklärt sich dadurch, dass die Oberflächenspannung von Wasser eine höhere ist als die von Siliconöl. Unglücklicherweise ist die genaue Deformation nicht bekannt.

Da das AK100 Öl deutlich viskoser ist, steigen die Luftblasen langsamer auf, und die Blasen deformieren nicht.

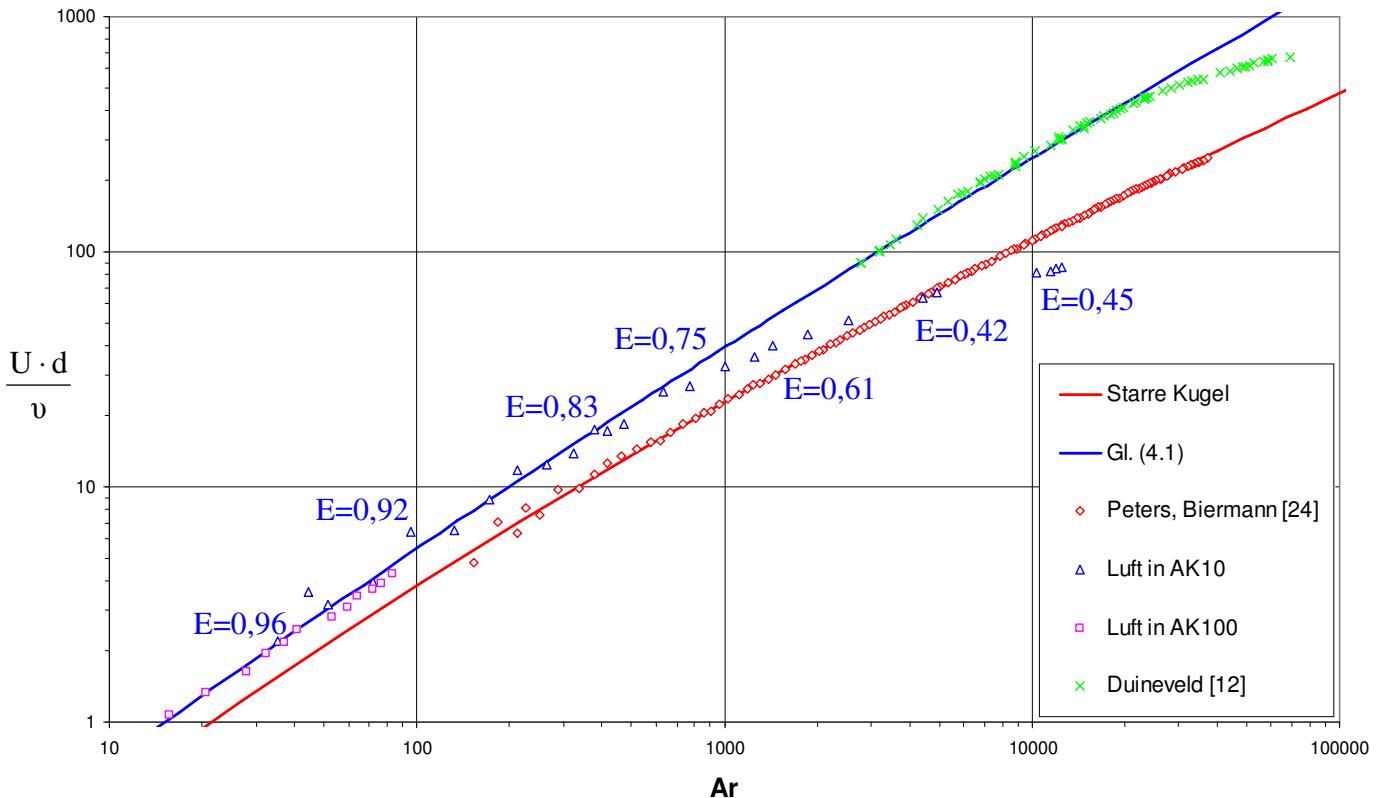


Abbildung 4.3: Ausgewählte Messergebnisse für Gasblasen

Die Messung der Aufstiegsgeschwindigkeit von Gasblasen in der Drehkammer beschränkt sich jedoch nicht allein auf die in Abbildung 4.3 gezeigten Kombinationen. So wurde auch das System

Luft in Ethanol untersucht. Wie in Abbildung 4.4 dargestellt, zeigt sich im Vergleich mit den zuvor untersuchten Fällen ein komplexeres Oberflächenverhalten. Für kleine Archimedes-Zahlen (Ar kleiner ~600) finden sich die Messpunkte auf der Kurve für starre Oberflächen. Sind die Blasen jedoch größer, steigen sie schneller als eine entsprechende starre Kugel auf - sie liegen auf der Kurve der Gl. (4.1). Ab einer Archimedes-Zahl von etwa 8000 ist die Deformation der Blasen jedoch so stark, dass sie unter die Geschwindigkeit einer fluiden Kugel mit beweglicher Oberfläche fällt.

Um den Einfluss von Tensiden zu untersuchen, wurde eine weitere Messung von Luftblasen in Ethanol unter Zugabe eines kationischen Tensids (C14TAB) durchgeführt. Diese Messpunkte decken sich sehr gut mit den vorherigen Messungen in reinem Ethanol. Eine Wirkung des Tensids konnte demnach nicht nachgewiesen werden, da sich auch die Deformation der Blasen nicht veränderte.

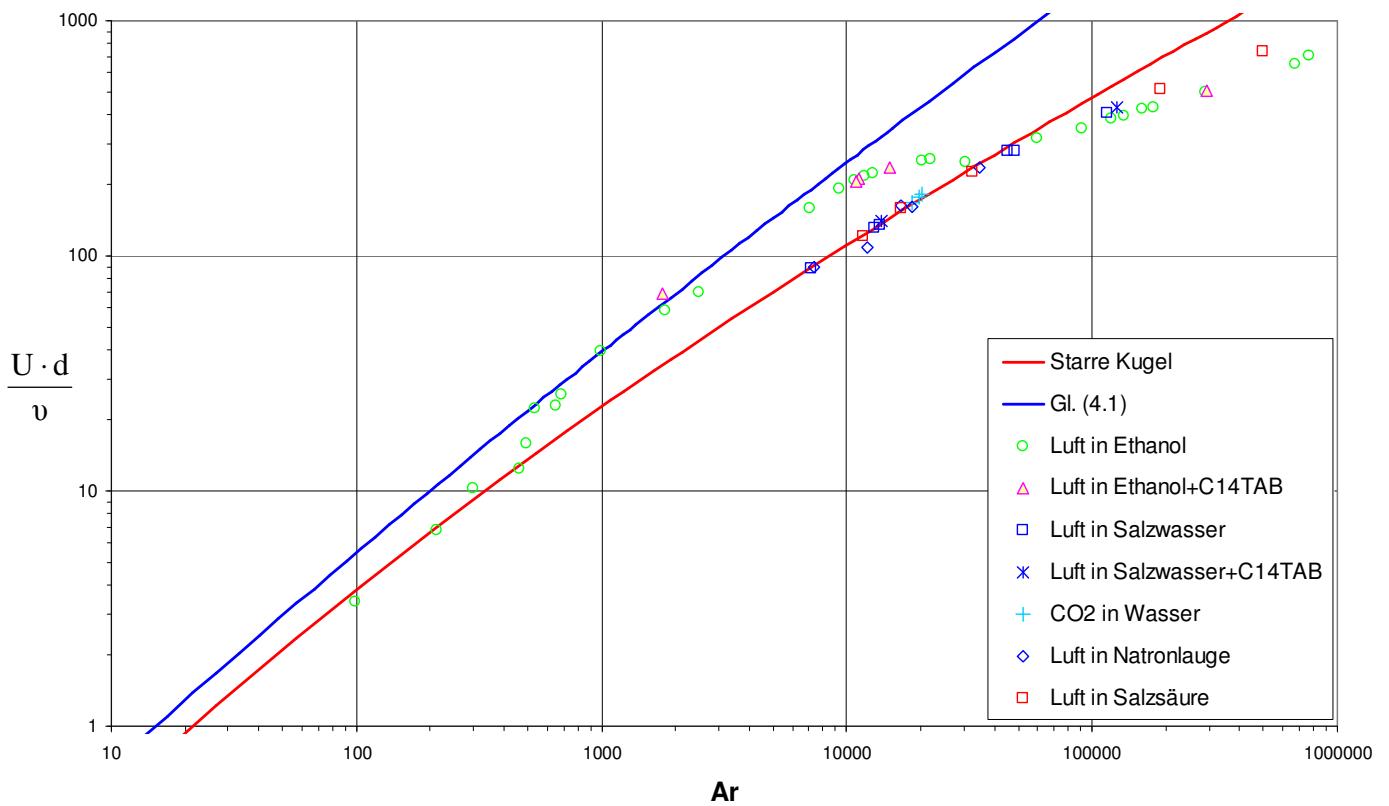


Abbildung 4.4: Ausgewählte Messergebnisse für Gasblasen

Darüber hinaus sind in Abbildung 4.4 weitere Stoffkombinationen dargestellt, mit denen Effekte für die Immobilisierung der Oberfläche isoliert werden sollten. So wurden Messungen von Luftblasen in NaCl Lösung, in NaCl Lösung mit einem kationischen Tensid, in Natronlauge 3% und in Salzsäure 3% durchgeführt. Auch wurde eine Messreihe an Kohlenstoffdioxid-Blasen in reinem Wasser vorgenommen. Da nach wie vor alle Messpunkte auf der Kurve der starren Kugel liegen, konnte kein Effekt isoliert werden, der die Oberfläche remobilisiert. Es lassen sich lediglich Effekte ausschließen, die abschließend im Kap. 4.5 diskutiert werden sollen.

4.3. Messungen an fluiden Kugeln [Flüssigkeit in Flüssigkeit]

Wie bereits erwähnt, wurden auch Messungen an Kugeln vorgenommen, die sich beim Kontakt zweier nicht ineinander löslicher Flüssigkeiten bilden. Die Unlöslichkeit ist auch der entscheidende Parameter, wenn es um die Wahl geeigneter Flüssigkeitskombinationen geht. Prinzipiell bestimmt das elektrische Dipolmoment (die Polarität), ob sich zwei Flüssigkeiten in einander lösen. So sind polare in polaren Medien gut löslich, ebenso unpolare in unpolaren Medien. Gut mischbare Kombinationen sind Wasser und Methanol (polar / polar) bzw. Siliconöl und flüssiges Methan (unpolar / unpolar). Heterogene Kombinationen sind an sich schlecht ineinander löslich, wie beispielsweise Öl in Wasser. Verwendet man anstatt des Wassers jedoch Ethanol, gestaltet sich der Sachverhalt schwieriger, denn Fluide aus der Gruppe der Lösungsmittel weisen die Eigenschaft auf, beide Arten von Flüssigkeiten (bedingt) zu lösen. Aufgrund des großen Volumenunterschiedes (kleine Kugel im Vergleich zur großen Kammer) löst sich eine Kugel dann in kürzester Zeit vollständig auf. Dieses reicht bereits aus, um die Geschwindigkeitsmessung einer fluiden Kugel zu verhindern.

Somit sind die einzige untersuchbaren Kombinationen jene, die vollständig unlöslich sind. Hierzu zählen die in untenstehendem Diagramm eingezeichneten Kombinationen unpolarer Flüssigkeiten mit Wasser. Es lässt sich erkennen, dass sich alle gemessenen Werte wie die starre Kugel verhalten (Die Abweichung nach unten bei den größeren Archimedes-Zahlen entsteht durch die starke Deformation). Man kann dieses so interpretieren, dass die Oberfläche in allen Fällen nicht mobil ist.

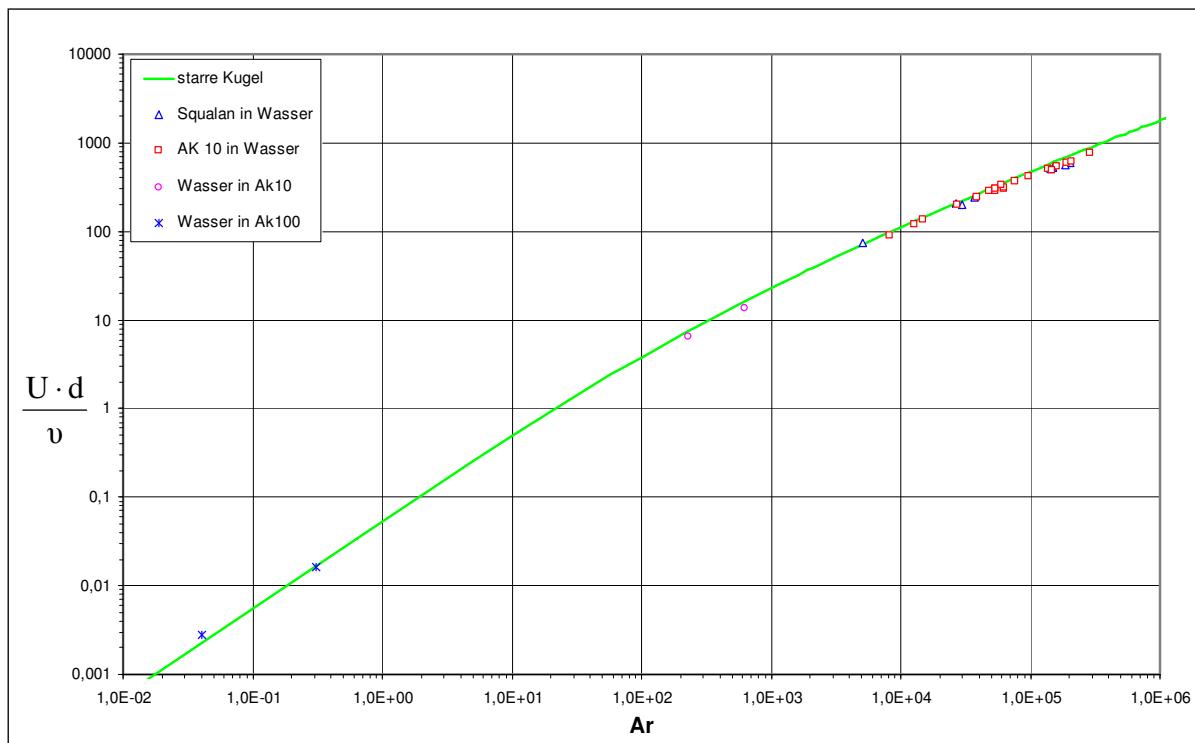


Abbildung 4.5: Messergebnisse für flüssige fluide Kugeln

4.4. Deformation der fluiden Körper

An dieser Stelle bedarf es einer kurzen Begriffsklärung: Der oft gebrauchte Begriff der „fluiden Kugel“, soll alle fluiden Körper mit einschließen, auch wenn diese eine leichte Abweichung von der Kugelform aufweisen.

Da die Grenzfläche einer fluiden Kugel, ganz im Gegensatz zu einer starren, deformierbar ist, stellt sich, je nach Strömungszustand, eine gewisse Gestalt ein. Diese hängt einerseits von der Umströmungsgeschwindigkeit, andererseits von den Viskositäten, der Oberflächenspannung und dem hydrostatischen Druck ab. Ein Ansatz die verschiedensten Formen zu charakterisieren, bzw. ihr Auftreten für verschiedene Fluide und Größen vorherzusagen, findet sich in [1, Seite 23ff.]. Die benutzen Kennzahlen sind wie folgt definiert

$$\text{Eötvös-Zahl} \quad Eo = \frac{g \Delta \rho d_e^2}{\sigma} \quad (4.2)$$

$$\text{Morton-Zahl} \quad M = \frac{g \mu^4 \Delta \rho}{\rho^2 \sigma^3} . \quad (4.3)$$

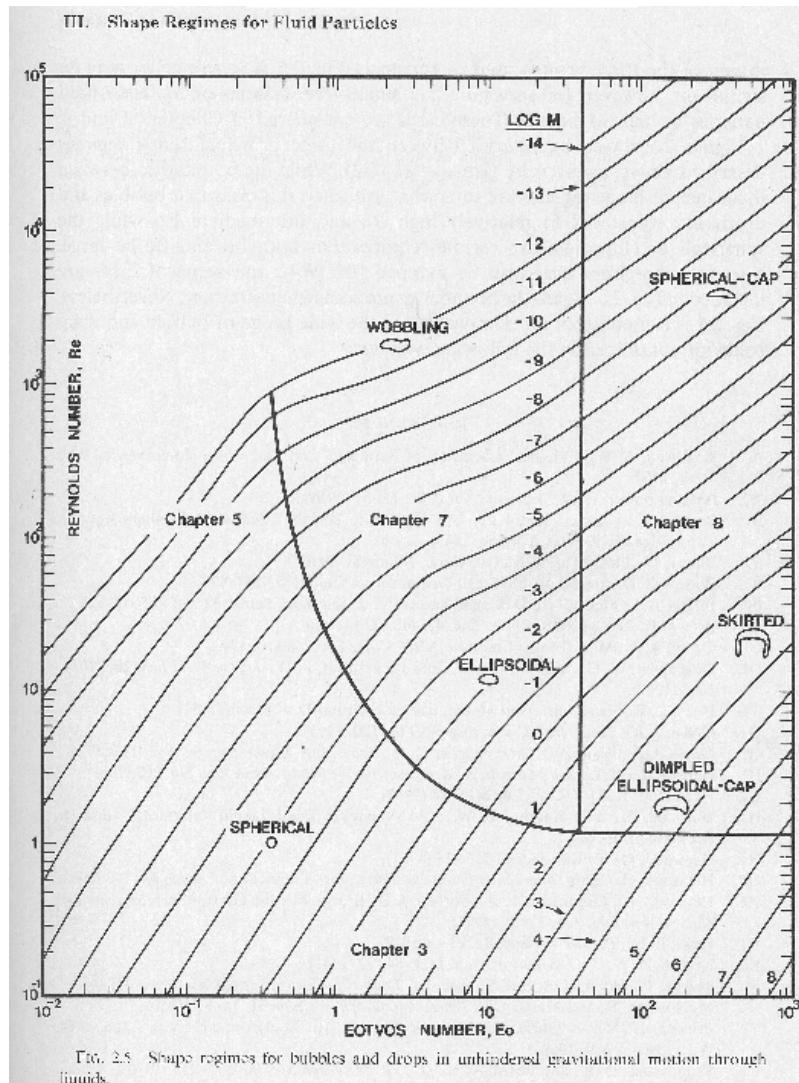
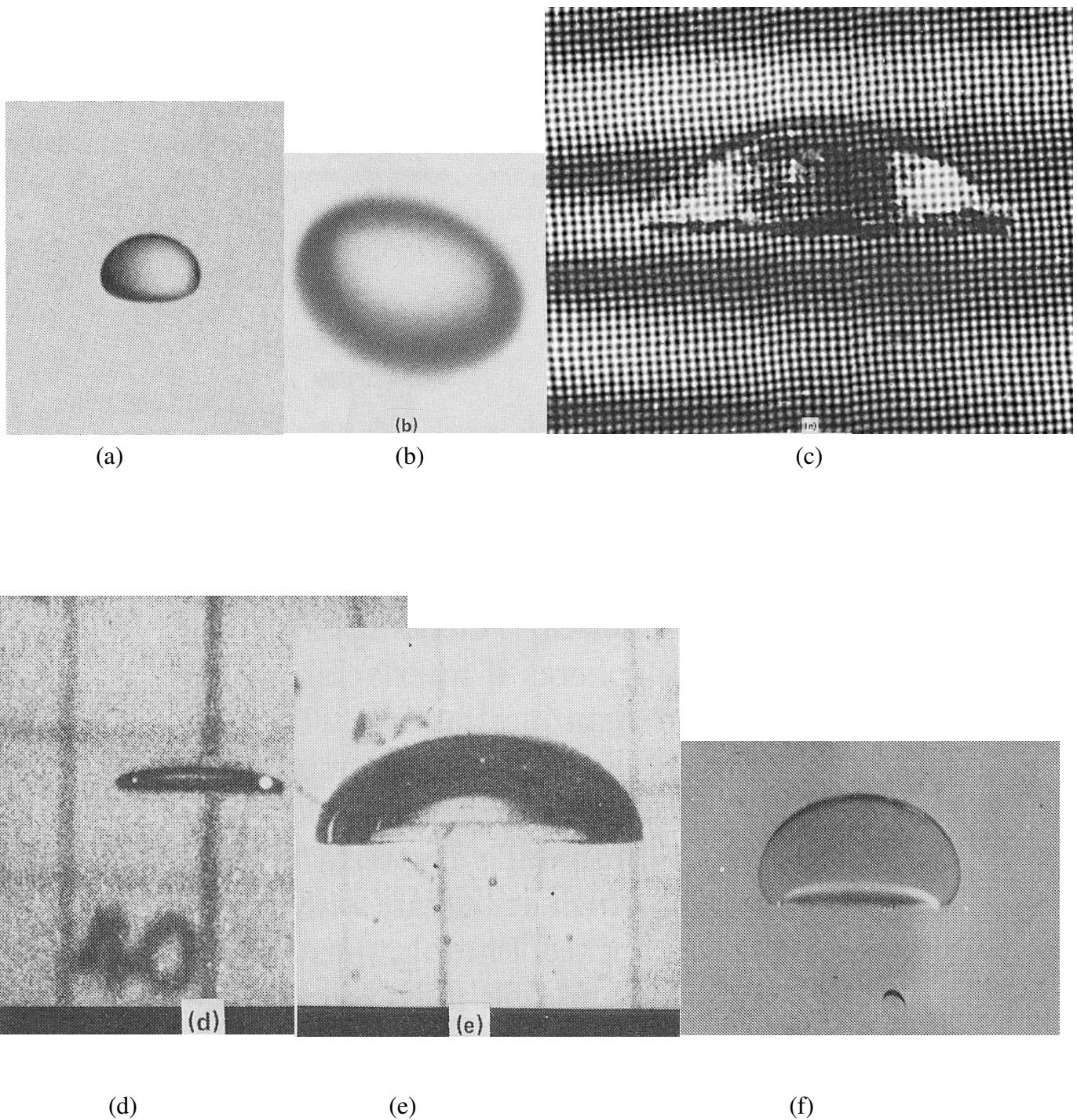
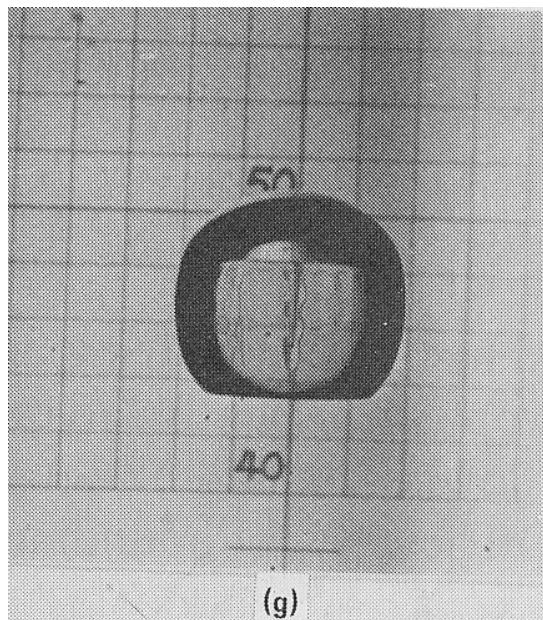


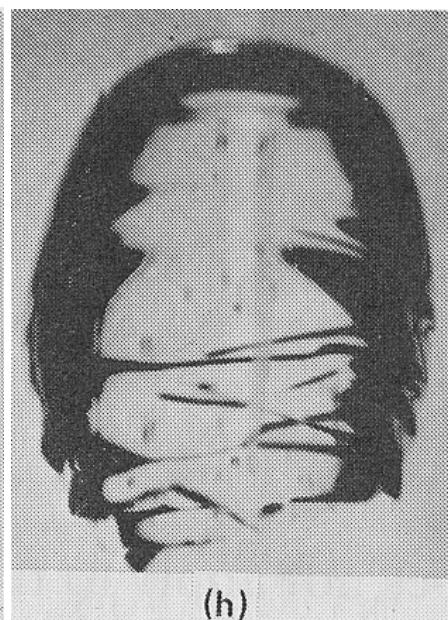
Abbildung 4.6: Formen fluider Kugeln

Das vorgestellte Diagramm (Abbildung 4.6) zeigt, dass für kleine Durchmesser (kleine Eötvös-Zahlen) die fluiden Kugeln stets kugelförmig sind. Bei größeren Durchmessern verformt sich der Körper, und es bilden sich – je nach Morton-Zahl – verschiedene Formen mit „Rücken“ oder aber flachem Unterboden aus. Die Morton-Zahl ist eine Kennzahl, die nur Stoffparameter berücksichtigt und somit durch die Wahl der beteiligten Medien festgelegt wird. Auch wenn das Diagramm im Detail nicht exakt ist, so zeigt es doch sehr schön die große Vielfalt an Gestalten, die sich auch in der nachfolgenden Bilderserie wieder finden lässt (aus [1, Seite 23ff.]): Die Aufnahmen decken sich mit den für ihre Kennzahlen vorhergesagten Formen weitgehend.

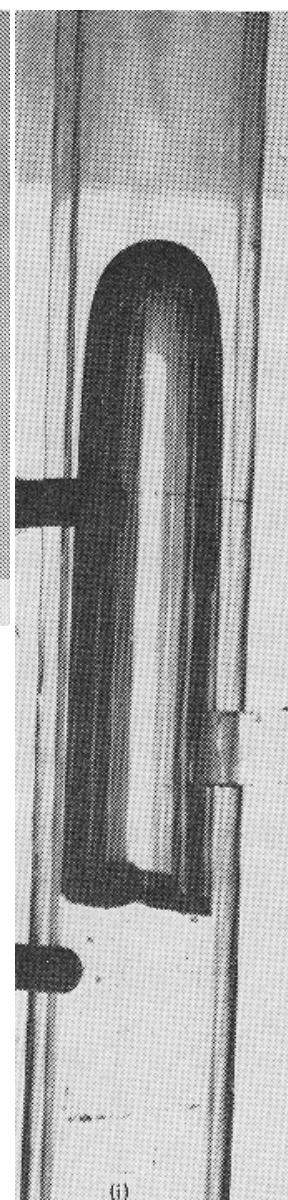




(g)



(h)



(i)

(g)

(h)

(i)

Abbildung	disperse Phase	umgebende Phase	M	d eff [mm]	Eo	Anmerkungen
a	Wasser	Luft	1,70E-12	5,8	4,5	
b	Luft	Wasser	3,10E-11	6	5	wobbling
c	Luft	Wasser	3,10E-11	42	240	
d	Luft	Wasser/Zuckerlsg.	8,20E-04	14	32	sehr flach
e	Luft	Wasser/Zuckerlsg.	5,50E+00	41	290	
f	Chloroform	Wasser/Zuckerlsg.	1,20E+03	51	70	
g	Luft	Wasser/Zuckerlsg.	4,50E+01	43	320	"glatter Rock"
h	Luft	Paraffinöl	3,40E-01	58	780	"welliger Rock"
i	Luft	Mineralöl	2,60E-05	-	-	Fr=0,33

Tabelle 4.1: Größen und Angaben zu den Abbildungen fluider Kugeln

Zu Abbildung (i) sei angemerkt, dass sie eine Luftblase in einer Glasröhre zeigt; man spricht von einem „slug flow“. Die Umströmung wird durch die Glaswand massiv behindert, was sich auch in

der ungewöhnlichen Form widerspiegelt und kann daher in keiner Weise mit einer frei aufsteigenden Blase verglichen werden.

Ausgehend von dieser Darstellung, soll nun auf die selbst durchgeführten Versuche eingegangen werden, die sich auf die leicht deformierten, ellipsoiden Körper (siehe Abbildung (a), (b) und (d)) beschränken. Hierbei stand zunächst die Messung der Aufstiegsgeschwindigkeit im Mittelpunkt. Zur Größenbestimmung wurde, wie bereits beschrieben, eine scharfe Abbildung (Kamera) benutzt. Dabei wurde - als Nebenprodukt - stets die Deformation der fluiden Kugeln mit gemessen. Eine Aufnahme besteht zwar immer nur aus zwei Dimensionen, geht man aber in der dritten Dimension von einem Rotationskörper aus, so reicht dieses als Information. Nach mehreren Auswertungsversuchen zeigte sich, dass die Auftragung „aspect ratio“ (also Höhe durch Breite) gegen die dimensionslose Weber-Zahl die beste Darstellung ergab. Die Weber-Zahl kann als proportional zum Verhältnis der Trägheitskraft und der Oberflächenkraft interpretiert werden, und ist wie folgt definiert

$$We = \frac{\rho U^2 d_e}{\sigma}. \quad (4.4)$$

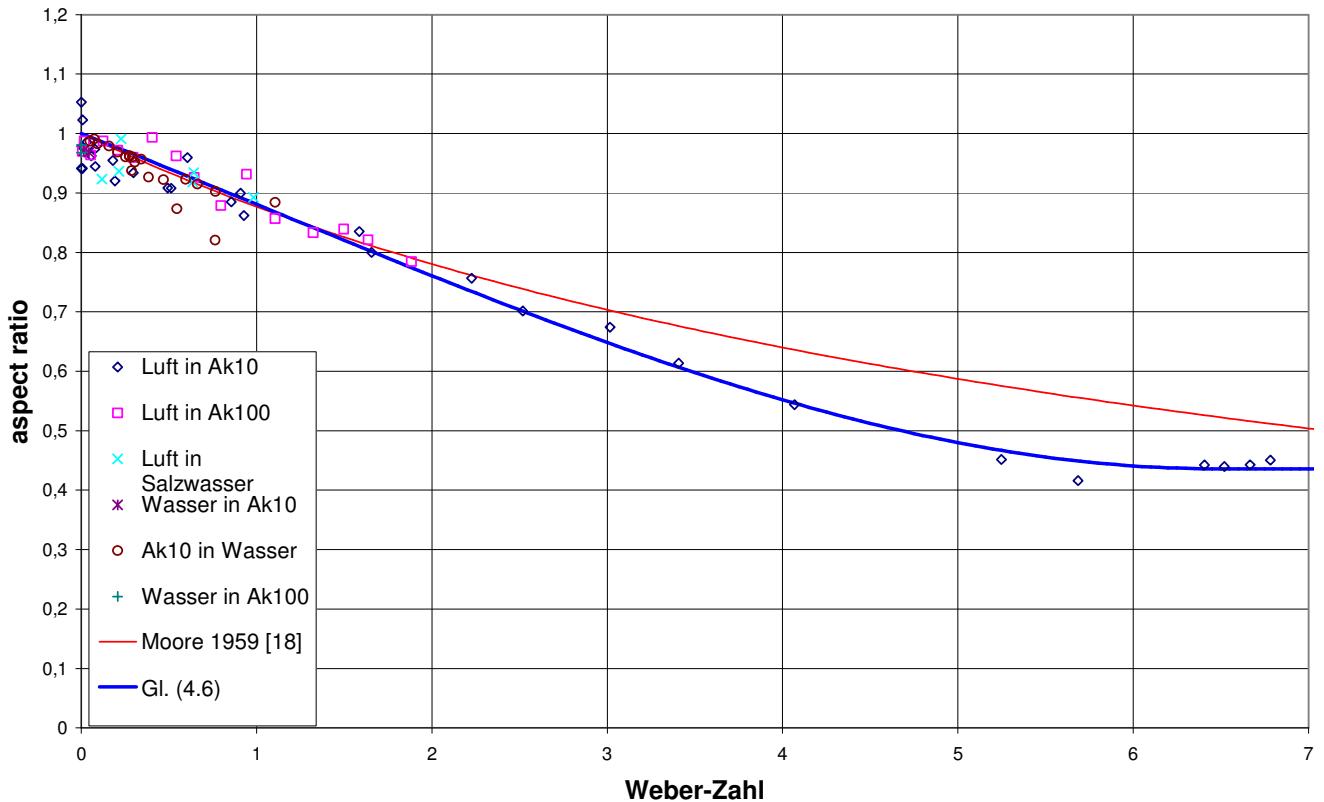


Abbildung 4.16: Gemessene Deformation der fluiden Kugeln

Es ist zu erkennen, dass für kleine Weber-Zahlen das „aspect ratio“ gegen 1 läuft - die Körper sind also tatsächlich kugelrund. Dies lässt sich dadurch erklären, dass für kleine Weber-Zahlen die Trägheitskraft im Vergleich zur Oberflächenkraft sehr niedrig ist, und somit vernachlässigt werden kann. Die Oberflächenspannung ist bemüht, einen Körper stets zu einer Kugel zusammen zu ziehen.

Bei größeren Weber-Zahlen steigt der Einfluss der Trägheitskraft, und es gelingt der Oberflächenspannung nicht mehr die Kugelform zu halten. Der Körper plattet sich ab. Bei einer Weber-Zahl von etwa 6,5 scheint ein maximales Abplattungsverhältnis vorzuliegen, und das „aspect ratio“ fällt nicht unter 0,43.

Im Diagramm ist die von Moore vorgeschlagene Kurve [18] eingetragen,

$$E = \frac{\text{Höhe}}{\text{Breite}} = \frac{1}{\frac{9}{64} \text{We} + 1}, \quad (4.5)$$

die sich tendenziell mit den Messergebnissen deckt.

Legt man eine Regressionskurve durch die gemessenen Werte, so bietet ein polynomischer Ansatz jedoch eine noch bessere Übereinstimmung. Man erhält

$$E = 1 - 0,133\text{We} + 0,0039\text{We}^2 + 0,0005\text{We}^3 \quad \text{für } 0 \leq \text{We} \leq 6,5 \quad (4.6)$$

und

$$E = 0,436 \quad \text{für } 6,5 \leq \text{We}. \quad (4.7)$$

In untenstehendem Diagramm (Abbildung 4.17) sind noch weitere Messpunkte, wie beispielsweise Luft in Wasser [24] oder Luft in Ethanol eingezeichnet. Auch diese entsprechen der von Gl. (4.6) vorhergesagten Deformation. Die stärkeren Schwankungen bei Ethanol erklären sich durch ein Verhalten, welches als “wobbling” beschrieben wird. Die Gestalt der Blase ist nicht stationär,

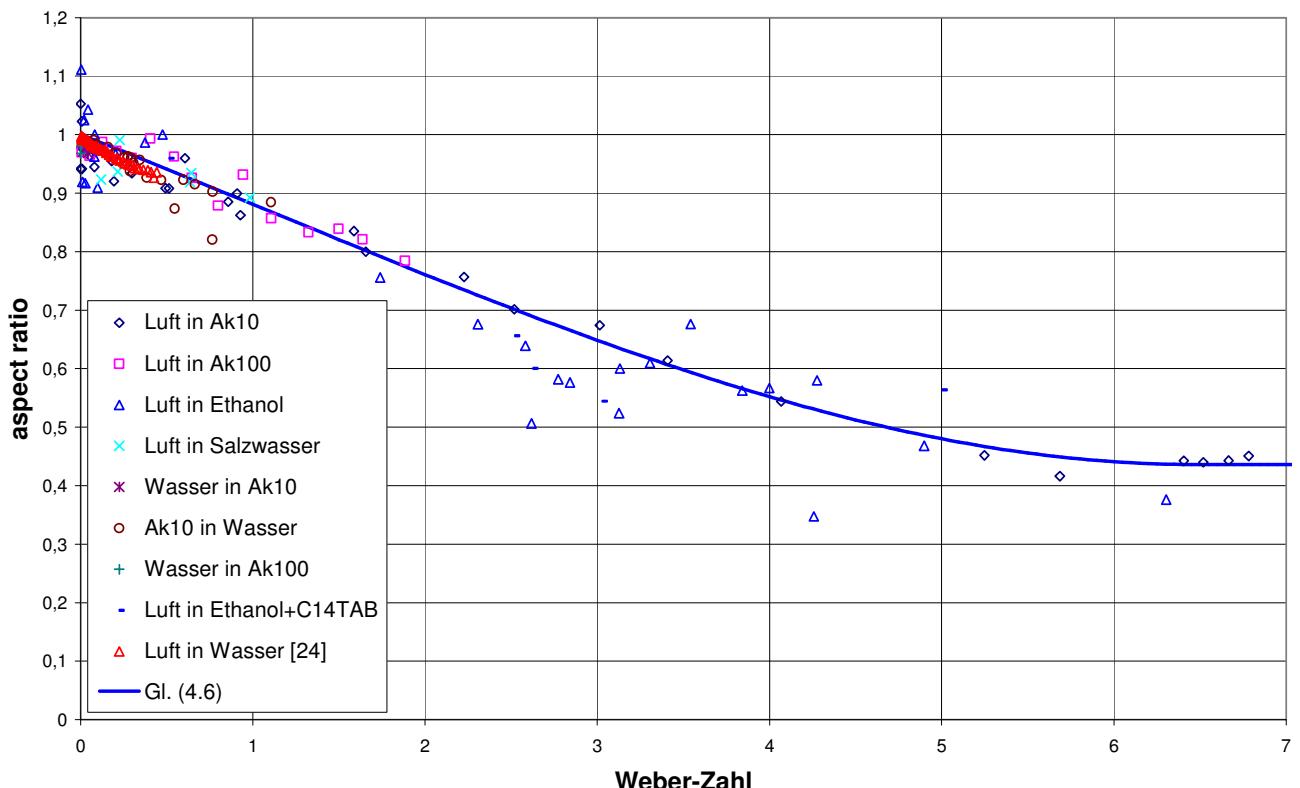


Abbildung 4.17: Weitere Messwerte für die Deformation

sondern ändert sich ständig, indem sie um eine „Ruheform“ schwingt.

Der Bereich bis zu einer Weber-Zahl von 1 ist in Abbildung 4.18 vergrößert dargestellt. Es zeigt sich, dass auch hier die Messpunkte mit der Gl. (4.6) übereinstimmen.

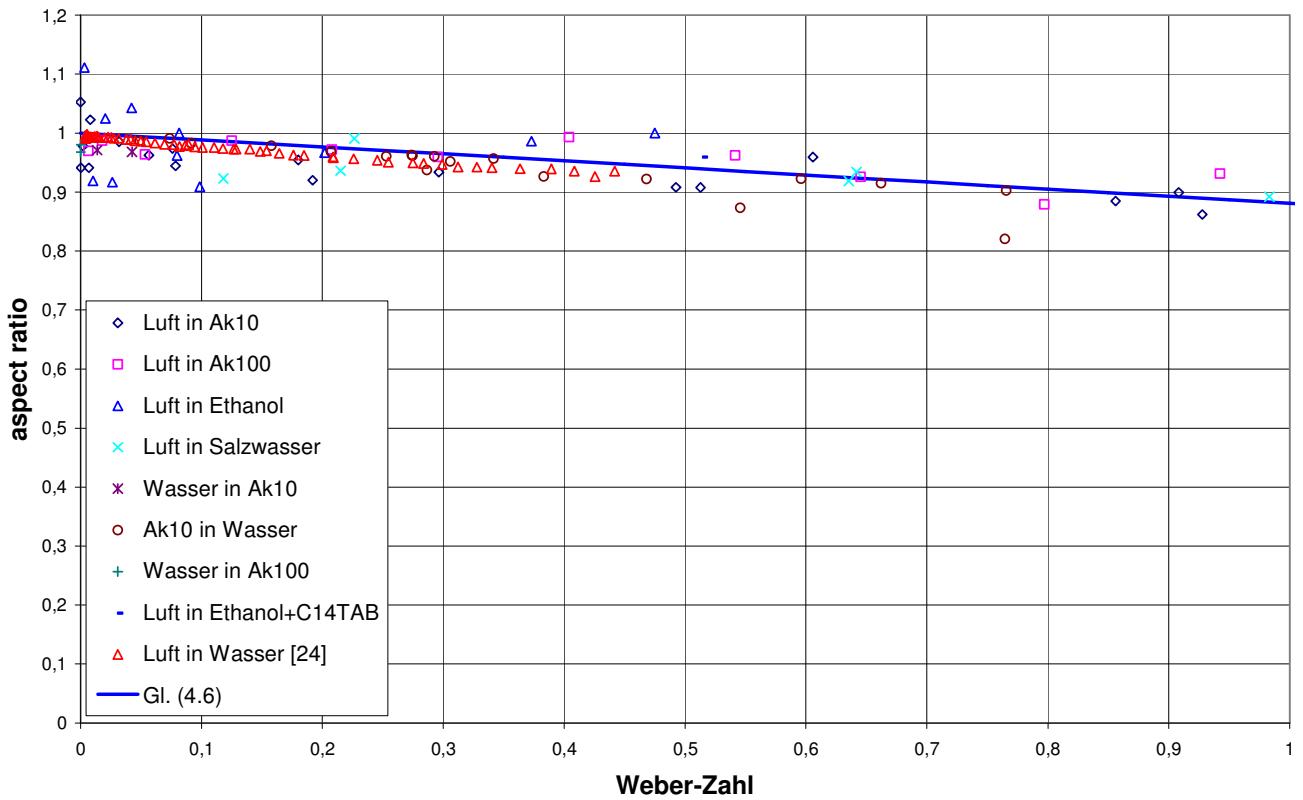


Abbildung 4.18: Weitere Messwerte für die Deformation

Aus [1, Seite170] ist die Deformation von Regentropfen in Luft bekannt, doch passen diese Werte nicht in die vorgestellten Diagramme. Eine Erklärung hier für mag sein, dass diese eine um Größenordnungen verschiedene Morton-Zahl aufweisen.

Eine Visualisierung der Deformation einer Blase über typische Größen, findet sich im Anhang dieser Diplomarbeit. Die Abbildung stellt diesen Vorgang anhand von Luftblasen in Siliconöl AK10 dar. Die Aufnahmen wurden in einer Fotomontage zusammengefügt und zu einer besseren Vergleichbarkeit mit einem Maßstab versehen.

4.5. Folgerungen

Wie die in den vorangegangenen Kapiteln vorgestellten Ergebnisse zeigen, entspricht die Aufstiegsgeschwindigkeit einer fluiden Kugel mal der einer starren Kugel, mal ist sie schneller. Insbesondere verhalten sich Luftblasen in Wasser stets wie die starre Kugel, wenn auch beispielsweise Duineveld [12] höhere Geschwindigkeiten gemessen hat. Dieses mag mit dem Alter der Oberfläche zusammen hängen; dennoch konnten keine Substanzen gefunden werden, die die Geschwindigkeit einer Luftblase in Wasser in der Drehkammer erhöhen. Waren die Luftblasen jedoch nicht in Wasser sondern in einer anderen Flüssigkeit wie Öl eingebracht, zeigten sie oftmals eine höhere Geschwindigkeit als die starre Kugel. Wie in der Einleitung bereits erwähnt vermutet man, dass die Beschaffenheit der Oberfläche dieses Verhalten bedingt. So ist diese je nach Stoffkombination und Oberflächenalter mal starr, und mal beweglich.

Im Folgenden sollen nun Rückschlüsse auf die physikalischen Ursachen dieses unerwarteten Verhaltens gezogen und relevante Hypothesen anhand der Messergebnisse überprüft werden.

Mögliche Hypothesen, mit denen sich die Versteifung der Oberfläche erklären lassen könnte, sind:

- a) Surfactants (surface active agents) wie Tenside setzen sich in die Grenzfläche und immobilisieren diese.
- b) Ionen (beispielsweise aus der Autoprotolyse) setzen sich in die Grenzfläche und immobilisieren sie.
- c) Die Polarität (elektrisches Dipolmoment) der verschiedenen Stoffe hat durch einen unbekannten Effekt einen Einfluss auf die Oberfläche.
- d) Es bilden sich an der Oberfläche geometrische Anordnungen (Selbstorganisation durch Wasserstoffbrückenbindungen, Oberflächenspannung etc.), die die Oberfläche verstauen.

Anschließend sollen nun die einzelnen Thesen mit den Versuchsergebnissen verglichen werden, wobei dieses zum Teil als hypothetisch verstanden werden muss, da eine eindeutige Nachweisbarkeit nicht immer gegeben ist.

zu a) Für diese These spricht, dass Tenside, die stets über einen hydrophilen (also polaren) und einen hydrophoben (also unpolaren) Teil verfügen, danach bestrebt sind, sich in Grenzflächen zwischen zwei heterogenen Medien festzusetzen.

Gegen die These spricht jedoch, dass sich Luftblasen auch in reinem Wasser, welches an sich keine Tenside enthalten dürfte, starr verhalten. Ebenso spricht dagegen, dass sich bei gezielter Zugabe von Tensiden (in diesem Fall C14TAB) das Aufstiegsverhalten der Luftblasen nicht veränderte, aber eine starke Deformation einsetzte. Somit müsste die Luftblase, wäre sie im Vorfeld schon

durch Tenside verunreinigt, durch die niedrigere Oberflächenspannung bereits stark deformiert gewesen sein.

Weiterhin ist auffällig, dass sich die Luftblasen in Ethanol selbst bei Zugabe eines kationischen Tensids nicht wie starre Kugeln verhalten. Allerdings bleibt auch eine verstärkte Deformation, anders als bei Wasser, aus, da Ethanol bereits über eine geringe Oberflächenspannung verfügt.

zu b) Der Ansatz über Ionen erscheint sehr interessant, da H⁺ und OH⁻ Ionen in jedem Wasser, gleich welchen Reinheitsgrades, durch Autoprotolyse vorkommen. Mit der Zugabe von basischen oder sauren Substanzen lässt sich der pH-Wert ändern, und somit eine starke Verschiebung des Gleichgewichtes zwischen H⁺ und OH⁻ erreichen. In den Versuchsreihen mit sehr sauren (pH=0) sowie basischen (pH=14) wässrigen Lösungen zeigte sich jedoch kein verändertes Verhalten der Luftblasen. Es muss berücksichtigt werden, dass auch in vielen anderen polaren Flüssigkeiten, wie z.B. Ethanol und Methanol, Autoprotolyse auftritt, und somit Ionen vorliegen. In Ethanol zeigte sich dagegen ein vollkommen anderes Verhalten als in Wasser. Daher scheiden H⁺ und OH⁻ als alleinige Faktoren aus.

Eine andere Erklärung wäre auch, dass Fremd-Ionen, wie in Wasser dissozierte Salze, diesen Effekt hervorrufen. Dem widerspricht, dass bei Versuchen mit Luftblasen in Salzwasser keine Veränderung gegenüber sehr reinem (keine gelösten Salze und Fremd-Ionen; Leitfähigkeit sehr gering) Wasser auftraten.

zu c) Dass die Polarität einer Flüssigkeit der einzige Faktor ist, der das Verhalten der Oberfläche beeinflusst, kann ausgeschlossen werden. Da Luftblasen in Ethanol, welches eine polare Flüssigkeit ist, eine bewegliche Oberfläche aufweisen, in Wasser (welches auch polar ist) jedoch nicht, kann diese These nicht bestätigt werden. Nichtsdestotrotz kann die Polarität zusammen mit anderen Faktoren eine Rolle spielen, weil bisher noch keine Gasblasen in unpolaren Flüssigkeiten beobachtet werden konnten, die sich wie eine starre Kugel verhielten. Sehr interessant wäre es, könnte man das Aufstiegsverhalten eines polaren Gases in einer polaren Flüssigkeit beobachten – doch leider sind diese Kombinationen ineinander sehr gut löslich und die meisten polaren Gase, wie beispielsweise Ammoniak oder Chlordioxid, sehr giftig oder stark ätzend. Eine realisierbarere Lösung wäre die Messung einer Wasserdampfblase in Wasser. Für ein solches System müsste man allerdings den notwendigen starken Unterdruck in der Drehkammer konstruktiv ermöglichen.

Ein weiterer Ansatz zur Überprüfung dieser These war die Messung der Aufstiegsgeschwindigkeit von Kohlenstoffdioxid (CO₂) in Wasser. Kohlenstoffdioxid ist in sich eine polare Bindung, da die Elektronegativitäten der beteiligten Elemente sehr unterschiedlich sind. Dennoch ist es nach außen in der Summe unpolär, weil sich die elektrischen Dipolmomente aufgrund des symmetrischen

Molekülaufbaus jeweils aufheben. Dieses ist bei Wasser aufgrund der zwei freien, seitlich angeordneten Elektronenpaare nicht der Fall. Kohlenstoffdioxid weist also einen teils polaren teils unpolaren Charakter auf, und hätte somit interessante Ergebnisse liefern können. Dennoch verliefen die Experimente negativ; die Aufstiegsgeschwindigkeit entsprach der von starren Kugeln.

zu d) Diese These ist die am schwersten zu überprüfende. Die Vorgänge spielen sich im molekularen Maßstab an der Grenzfläche ab, hängen jedoch nicht von extern im Wasser vorkommenden Molekülen (Tenside, Ionen) ab.

Auch wenn sich die Wasserstoffbrückenbindungen nur sehr schwer beeinflussen lassen, so gibt es doch einige Hinweise, die für ihre Oberflächenwirksamkeit sprechen. In der physikalischen Chemie ist seit längerem bekannt, dass sich Moleküle unter dem Einfluss von Wasserstoffbrückenbindungen zu so genannten Clustern organisieren können.

Auch in Ethanol können aufgrund der polaren OH Gruppe Wasserstoffbrückenbindungen auftreten, selbst wenn diese nicht so ausgeprägt wie beim Wasser sind. Dieses könnte das duale Verhalten von Luftblasen in Ethanol erklären, welche sich bei kleinen Größen wie starre Kugeln verhalten, bei größeren jedoch eine bewegliche Oberfläche entwickeln. Demnach würden Luftblasen in Wasser ab einer bestimmten Größe das gleiche Verhalten aufweisen. Dieses durch Messungen zu bestätigen wird jedoch dadurch erschwert, dass die Blasen sehr stark deformieren, und starre Kugeln nicht mehr als Referenz benutzt werden können.

Der endgültige Nachweis, dass die Versteifung der Oberfläche die Geschwindigkeit bestimmt steht noch aus. Der nächste Schritt wäre es, die Innenzirkulation in den fluiden Körpern sichtbar zu machen. Alle Kugeln, bei denen sich im Verlauf der eben beschriebenen Versuchsreihen eine solche Zirkulation einstellte, waren Gasblasen in Flüssigkeiten. Bei diesen die Innenströmung sichtbar zu machen, erweist sich als deutlich schwieriger als bei Flüssigkeiten in Flüssigkeiten, in die sich ein pulverförmiger Tracer leicht einmischen lässt. Dieser folgt der Strömung, und macht sie so sichtbar. Würde man beispielsweise Rauch in eine Luftblase einbringen, so könnte eine Innenströmung beobachtet werden, wie sie (für die kriechende Strömung) von Hadamard und Rybczynski berechnet wurde.

Weiterhin ist es von großem Interesse die Alterung der Blasen gezielt zu beobachten, und die Lücke zwischen den Messungen Duinevelds [12] und denen der Drehkammer zu schließen.

5. Zusammenfassung

Die vorliegende Diplomarbeit hat sich mit der Aufstiegsgeschwindigkeit von fluiden Körpern kleiner Deformation wie beispielsweise Gasblasen in Wasser beschäftigt. Die experimentellen Daten wurden mit Hilfe einer Drehkammer gewonnen, in der sehr hohe Oberflächenalter erreichbar sind. Aufgrund der in dieser Arbeit beschriebenen Versuchsergebnisse, die in einer neuartigen Diagrammauftragung, sowie in Tabellenform vorliegen, können folgende Schlüsse gezogen werden. Mal entspricht die Aufstiegsgeschwindigkeit einer fluiden Kugel der einer starren Kugel, mal ist sie schneller. Insbesondere verhalten sich Luftblasen in Wasser stets wie die starre Kugel, wenn auch beispielsweise Duineveld [12] höhere Geschwindigkeiten gemessen hat. Dieses mag mit dem Alter der Oberfläche zusammen hängen; dennoch konnten keine Substanzen gefunden werden, die die Geschwindigkeit einer Luftblase in Wasser in der Drehkammer erhöhen. Waren die Luftblasen jedoch nicht in Wasser sondern in einer anderen Flüssigkeit wie Öl eingebracht, zeigten sie oftmals eine höhere Geschwindigkeit als die starre Kugel. Es wird vermutet, dass die Beschaffenheit der Oberfläche dieses Verhalten bedingt. So ist diese je nach Stoffkombination und Oberflächenalter mal starr, und mal beweglich.

Die Komplexität des Themas lässt es nicht zu, im Rahmen dieser Arbeit eindeutige Gründe für die „Versteifung“ der Oberflächen zu bestimmen. Dennoch gelang der Ausschluss einiger Hypothesen, und Wasserstoffbrückenbindungen konnten als die wahrscheinlichste Erklärung für das Phänomen ausgemacht werden. Nicht zuletzt konnten durch die zahlreichen Versuchsreihen umfangreiche Daten gewonnen werden, die bisher nicht untersuchte Stoffkombinationen sowie erstmals auch flüssige fluide Kugeln umfassen.

6. Quellen

- [1] Clift, R.; Grace, J.R. and Weber, M.E.: Bubbles, Drops, and Particles. Academic Press New York 1978
- [2] Allen, H.S.: The motion of sphere in a viscous fluid. The Phil. Mag. 5. Ser., Vol. 50, 323-338, 1900
- [3] Bryn,T.: Steiggeschwindigkeit von Luftblasen in Flüssigkeiten. Forschung, vol.4(1), 27-30, 1933
- [4] Levich,V.G. Physicochemical Hydrodynamics. Englewood Cliffs, NY, Prentice Hall, 1962
- [5] Levich,V.G. and Krylov,V.S.: Surface-Tension-Driven Phenomena. Annu.Rev.Fluid Mech. 1, 293-316, 1969
- [6] Haberman, W.L. and Morton, R.K.: An experimental study of bubbles moving in liquids. Proceedings of the American Society of Civil Engineering (ASCE)/Separate 80, 387.1-387.25, 1954
- [7] Redfield,J.A. and Houghton,G.: Mass transfer and drag coefficients for single bubbles at Reynolds numbers of 0.02-5000. Chem.Eng.Sci.20,131-139, 1965
- [8] Peebles, F.U.; Garber, H.J.: Studies on the motion of gas bubbles in liquid. Chem.Eng.Progress 49(2), 88-97, 1953
- [9] Robinson, J.V.: The rise of air bubbles in lubricating oils. J.Phys.and Colloid Chem. 51, 431-437, 1947
- [10] Aybers, N.M.; Tapucu, A.: The motion of gas bubbles rising through stagnant liquid. Wärme- und Stoffübertragung 2, 118-128, 1969
- [11] Bachhuber,C., Sanford,C.: The rise of small bubbles in water. Journal of Applied Phys., vol. 45(6), 2567-2569, 1974
- [12] Duineveld, P.C.: The rise velocity and shape of bubbles in pure water at high Reynolds number. J. Fluid Mech., vol. 292, 325-332, 1995
- [13] Maxworthy, T.; Gnann, C.; Kürten, M. and Durst, F.: Experiments on the rise of air bubbles in clean viscous liquids. J.Fluid Mech., 321, 421-441, 1996
- [14] Ybert,C. and di Meglio, J.-M.: Ascending air bubbles in protein solutions. Eur.Phys.J. B4, 313-319, 1998
- [15] Ybert,C. and di Meglio, J.-M.: Ascending air bubbles in solutions of surface-active molecules: Influence of desorption kinetics. Eur.Phys.J. E3, 143-148, 2000
- [16] Haas, U.; Schmidt-Traub, H. und Brauer, H.: Umströmung kugelförmiger Blasen mit innerer Zirkulation. Chemie-Ing.-Techn. 44, 1972
- [17] Moore,D.W.: The boundary layer on a spherical gas bubble. J.Fluid Mech. 16, 161-176, 1962

- [18] Moore,D.W.: The rise of a gas bubble in a viscous liquid. *J.Fluid Mech.* 6, 113-130, 1959
- [19] Fdhila,R.B. and Duineveld,P.C.: The effect of surfactant on the rise of spherical bubble at high Reynolds and Peclet numbers. *Phys.Fluids* 8(2) 1996
- [20] Magnaudet,J. and Eames,I.: The Motion of High-Reynolds-Number Bubbles in Inhomogeneous Flows, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol. 32, pp. 659-708, 2000
- [21] Lindken, R.; Merzkirch, W.: Velocity measurements of liquid and gaseous phase for a system of bubbles rising in water. *Exp.Fluids (suppl.)*, 194-201, 2000
- [22] Peters, F. und Biermann,S.: Streulichtuntersuchungen an einem kleinen, levitierten Bläschen. Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik. 12. Fachtagung der Deutschen Gesellschaft für Laser-Anemometrie GALA e.V., GALA e.V. Karlsruhe 2004
- [23] Graßmann, A. and Peters, F.: Size measurement of very small spherical particles by Mie Scattering Imaging (MSI). *Part.Part.Syst.Charact.* 21, 379-389, 2004
- [24] Biermann,S. und Peters,F.: Die Deformation kleiner, aufsteigender Bläschen Lasermethoden in der Strömungsmeßtechnik. 13. Fachtagung der Deutschen Gesellschaft für Laser-Anemometrie GALA e.V., GALA e.V. Cottbus 2005
- [25] Dörfler,H.-D.: Grenzflächen- und Colloidchemie. VCH Weinheim 1994
- [26] Adamson,A.W. and Gast,A.P.: Physical Chemistry of Surfaces. Wiley New York 1997
- [27] Stubenrauch,C., Schlaremann,J., Rojas,O.J., Claesson,P.M.: Comparison between Interaction Forces at air/liquid and solid/liquid interfaces in the presence of non-ionic surfactants. *Tenside Surf.Det.* 41, 174-179, 2004
- [28] CDROM „Multimedia Fluid Mechanics“; Cambridge University Press; 2000
- [29] F.Peters; Skript: „Strömungsmechanik II“; SS 2002
- [30] H. Schlichting, E. Truckenbrodt; „Aerodynamik des Flugzeuges, Erster Band“, zweite Auflage, Seite 49ff; Springer Verlag; 1967
- [31] J.H. Spurk, „Strömungslehre“, 4.Auflage, S.297; Springer Verlag; 1996
- [32] L.Papula; Mathematische Formelsammlung, S.456; Vieweg; 2001
- [33] J.S.Hadamard, “Mouvement permanent lent d'une sphère liquide et visqueuse dans un liquide visqueux“, *Compt.Rend.Acad.Sci. (Paris)*, Vol.152, pp. 1735-1738, 1911
- [34] W.Rybczynski, „Über die fortschreitende Bewegung einer flüssigen Kugel in einem zähen Medium“, *Bull. Acad. Sci. Cracovie, Ser.A*, pp. 40-46, 1911
- [35] Savic, P., Natl. Res. Counc. Can., Rep. No. MT-22 (1953)
- [36] S.Taneda, *J. Phys. Soc. Jpn.* 11, 1104-1108 (1956)
- [37] Langmuir, I., and Blodgett, K.B., U.S. Army Air Force Tech. Rep. No. 5418 (1948)
- [38] Haas,U., Schmidt-Traub, H., and Brauer, H., *Chem.-Ing.-Tech.* 44, 1060-1068 (1972)

7. Benutzte Formelzeichen

Lateinische Buchstaben:

A	Fläche / Oberfläche
b	Bildweite
d	Durchmesser einer Kugel
d_e	Volumeneffektiver Durchmesser eines Ellipsoids
E	„aspect ratio“, entspricht Höhe/Breite eines Körpers
F	Kraft
f	Faktor des Drucks im Bereich einer abgelösten Strömung
f	Brennweite
g	Erdbeschleunigung
g	Gegenstandsweite
M	Maß für die Stärke eines Dipols bei der Potentialtheorie
M	Vergrößerung (magnification)
p	Druck
p_K	Druck an der Kugeloberfläche
p_∞	Druck in der Anströmung
r	Radius (Position, nicht Kugelradius) einer stabilisierten Kugel
R	elektrischer Widerstand
u	Geschwindigkeitskomponente in x Richtung
U	Aufstiegsgeschwindigkeit
\vec{u}	Geschwindigkeitsvektor
U_∞	Anströmgeschwindigkeit
u_{rad}	radiale Geschwindigkeitskomponente
u_{tan}	tangentielle Geschwindigkeitskomponente
v	Geschwindigkeitskomponente im y Richtung
V	Volumen
w	Geschwindigkeitskomponente im z Richtung
x	x Koordinate im kartesischen Koordinatensystem
x_s	x Koordinate des Staupunktes
y	y Koordinate im kartesischen Koordinatensystem
z	z Koordinate im Kartesischen Koordinatensystem

Griechische Buchstaben:

μ	kinematische Viskosität
φ	Positionswinkel in der Drehkammer
κ	Verhältnis von innerer und äußerer Viskosität einer fluiden Kugel
$v = \frac{\mu}{\rho}$	dynamische Viskosität
θ	Positionswinkel am Zylinder / Kugel
ρ	Dichte
ρ_v	Dichte des Volumens
$\omega = \dot{\varphi}$	Winkelgeschwindigkeit der Drehkammer
τ	Schubspannung
Φ	Potentialfunktion bei der Potentialtheorie
Ψ	Stromfunktion bei der Potentialtheorie

Kennzahlen und dimensionlose Kombinationen:

$$Ar = \frac{d^3 \cdot g}{v^2} \cdot \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

Archimedes-Zahl

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\rho_v - \rho}{\rho}$$

Dichtekennzahl

$$Eo = \frac{g \Delta \rho d_e^2}{\sigma}$$

Eötvös-Zahl

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gd}}$$

Froude-Zahl

$$Ga = \frac{d^3 \cdot g}{v^2}$$

Galilei-Zahl

$$M = \frac{g \mu^4 \Delta \rho}{\rho^2 \sigma^3}$$

Morton-Zahl

$$Re = \frac{\rho d U}{\mu}$$

Reynolds-Zahl

$$We = \frac{\rho v^2 d_e}{\sigma}$$

Weber-Zahl

$$c_p = \frac{2(p - p_\infty)}{\rho U_\infty^2}$$

dimensionsloser Druckbeiwert

$$c_w = \frac{F \cdot 8}{\rho U^2 d^2 \pi}$$

dimensionsloser Widerstandbeiwert

8. Abbildungsverzeichnis

Abbildung Deckblatt: Aufnahme einer Luftblase in Siliconöl AK10	S.0
Abbildung 1.1: Strömungen bei starrer und beweglicher Oberfläche	S.9
Abbildung 1.2: Messungen der Aufstiegsgeschwindigkeit von Luftblasen in Wasser	S.10
Abbildung 2.1: Starre, gehaltene Kugel	S.13
Abbildung 2.2: Die freie, starre Kugel	S.15
Abbildung 2.3: Dimensionslose Geschwindigkeit über der Galilei-Zahl, mit der Dichte-kennzahl als Kurvenscharparameter	S.17
Abbildung 2.4: Reduktion der Punkte auf eine Kurve	S.18
Abbildung 2.5: Kugel in der Drehkammer	S.19
Abbildung 2.6: Quellströmung	S.23
Abbildung 2.7: Quell+Senkenströmung=Dipol	S.23
Abbildung 2.8: Translationsströmung	S.23
Abbildung 2.9: Lösung der Potentialtheorie für die Zylinderumströmung	S.24
Abbildung 2.10: Druckbeiwerte für Zylinder und Kugel	S.27
Abbildung 2.11: Strömungsablösung	S.29
Abbildung 2.12: Widerstandsbeiwert als Funktion des Ablösewinkels	S.30
Abbildung 2.13: Auftriebsbeiwert als Funktion der Froude-Zahl	S.31
Abbildung 2.14: Verhältnis der Geschwindigkeiten zum Verhältnis der Viskositäten	S.34
Abbildung 2.15: Visualisierungen der Innenströmung flüider Kugeln	S.35
3 Abbildungen Strömungsformen um die starre Kugel	S.36
3 Abbildungen Strömungsformen um die starre Kugel	S.37
Abbildung 2.22: Die standard drag curve	S.38
Abbildung 2.23: Vergleich der Ansätze und Darstellung einiger Messwerte	S.39
Abbildung 3.1: Typischer, konventioneller Versuchsaufbau	S.41
Abbildung 3.2: Kräfte auf eine stabilisierte Blase	S.44
Abbildung 3.3: Aufbau der Drehkammer	S.47
Abbildung 3.4: Drehkammerring / Glashalter	S.48
Abbildung 3.5: Verschluss zum Befüllen oder Einbringen von Kugeln	S.48
Abbildung 3.6: Ansicht auf den Antriebsmotor	S.49
Abbildung 3.7: Der Drehkammertisch	S.49
Abbildung 3.8: Ansicht der Kamera mit Objektiv und Drehkammer	S.52
Abbildung 3.9: Optischer Aufbau in der Aufsicht	S.53
Abbildung 3.10: Strahlengang	S.54

Abbildung 3.11: Scharfe Aufnahme einer Luftblase in Siliconöl AK10	S.55
Abbildung 3.12: Leitfähigkeitsmessgerät mit Messsonde	S.56
Abbildung 3.13: Der Vakuum-Sauger mit Drehkammer	S.61
Abbildung 3.14: Die geöffnete Drehkammer	S.61
Abbildung 3.15: Spülen der Kammer mit Stickstoff	S.62
Abbildung 3.16: Die Positionsmarkierungen	S.62
Abbildung 3.17: Montage der Drehkammer	S.63
Abbildung 4.1: Messungen an starren Kugeln in der Drehkammer	S.65
Abbildung 4.2: Einige Messergebnisse für Gasblasen in Wasser und Siliconöl	S.66
Abbildung 4.3: Ausgewählte Messergebnisse für Gasblasen	S.67
Abbildung 4.4: Ausgewählte Messergebnisse für Gasblasen	S.68
Abbildung 4.5: Messergebnisse für flüssige fluide Kugeln	S.69
Abbildung 4.6: Formen fluider Kugeln	S.70
6 Abbildungen Formen fluider Kugeln	S.71
3 Abbildungen Formen fluider Kugeln	S.72
Abbildung 4.16: Gemessene Deformation der fluiden Kugeln	S.73
Abbildung 4.17: Weitere Messwerte für die Deformation	S.74
Abbildung 4.18: Weitere Messwerte für die Deformation	S.75

9. Tabellenverzeichnis

Tabelle 1.1: Form und Bewegung von Luftblasen	S.4
Tabelle 3.1: Untersuchte Kombinationen	S.46
Tabelle 3.2: Wasserqualitäten und Herstellungsverfahren	S.57
Tabelle 4.1: Größen und Angaben zu den Abbildungen fluider Kugeln (Deformation)	S.72
Tabelle A1: Formeln für die verschiedenen Bereiche der standard drag curve	S.91
Tabelle A2: Diverse empirische Formeln zum Widerstandsbeiwert einer Kugel	S.92
Tabelle A3: Stoffdaten	S.93
Tabelle A4: Daten Biermann, Peters	S.94
Tabelle A5: Daten von Allen (Wasser)	S.96
Tabelle A6: Daten von Allen (Anilin)	S.96
Tabelle A7: Daten Clift et al.	S.97
Tabelle A8: Daten Duineveld	S.98
Tabelle A9: Daten Maxworthy	S.99
Tabelle A10: Daten Peebles and Garber	S.100
Tabelle A11: Eigene Messergebnisse Festkörper in Flüssigkeit I	S.101
Tabelle A12: Eigene Messergebnisse Festkörper in Flüssigkeit II	S.102
Tabelle A13: Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Siliconöl AK10 und AK100)	S.103
Tabelle A14: Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Ethanol)	S.105
Tabelle A15: Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Ethanol+C14TAB(Tensid))	S.106
Tabelle A17: Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Salzwasser)	S.107
Tabelle A18: Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Salzwasser+C14TAB)	S.107
Tabelle A19: Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (CO ₂ in Wasser)	S.108
Tabelle A20: Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Natronlauge 3%)	S.108
Tabelle A21: Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Salzsäure 3%)	S.109
Tabelle A22: Eigene Messergebnisse Flüssigkeit in Flüssigkeit (Siliconöl AK10 in Wasser)	S.110
Tabelle A23: Eigene Messergebnisse Flüssigkeit in Flüssigkeit (Wasser in Siliconöl AK10 und AK100)	S.111
Tabelle A24: Eigene Messergebnisse Flüssigkeit in Flüssigkeit (Squalanöl in Wasser)	S.112

Anhang

Verzeichnis des Anhangs

A0: Fotomontage der Deformation von Luftblasen in Siliconöl AK10 über typische Größen	S.89
A01: Anleitung zum Wasserwechsel	S.90
A1: Tabelle Formeln Standard Drag Curve	S.91
A2: Tabelle Formeln Kugelwiderstand allgemein	S.92
A3: Tabelle Stoffdaten	S.93
A4-A10: Tabellen vorhandene Messungen (Literatur)	S.94
A11-A12: Tabellen eigene Messergebnisse starre Kugeln in der Drehkammer	S.101
A13-A21: Tabellen eigene Messergebnisse fluide Kugeln [Gas in Flüssigkeit]	S.103
A22-A24: Tabellen eigene Messergebnisse fluide Kugeln [Flüssigkeit in Flüssigkeit]	S.110



A0: Fotomontage der Deformation von Luftblasen in Siliconöl AK10 über typische Größen

A01: Anleitung zum Wasserwechsel

1) Die Kammer wird auf den auf dem Tisch montierten Bock gehoben. Die Ventile sollten jeweils oben bzw. unten liegen.

2) Der Haupthahn (1) wird geöffnet, der Druckminderer (2) ist bereits so eingestellt, dass er auf

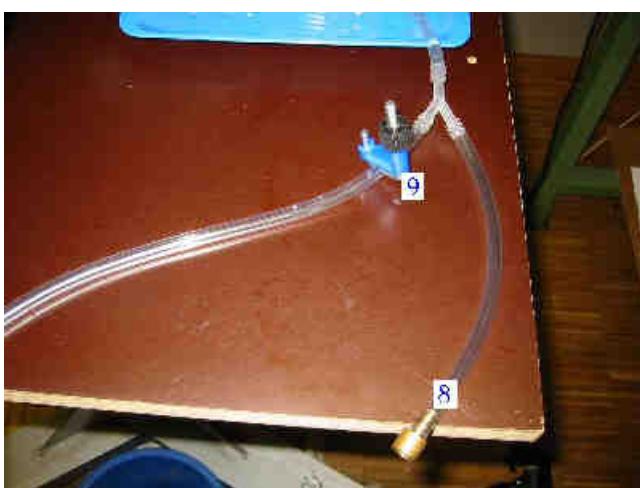


etwa 2 bar regelt. Dieser Druck sollte auch nicht überschritten werden, da der Filter (4) maximal 3 bar verträgt. Nach Öffnen des Ventils (3) strömt bereits Stickstoff 5.0 (99,999% Reinheit) aus der Lanze (6). Der Durchfluss kann mittels (5) eingestellt werden.



3) Nun muss noch das Schlauchende (8) an das untere Kammerventil angeschlossen werden. Die Absperrung (9) sollte geschlossen sein. Das freie Ende des Schlauches wird in den Eimer (7) geleitet.

4) Erst jetzt wird das obere Ventil der Kammer aufgeschraubt, und die Lanze (6) einige cm in das Loch gehalten. (Die Lanze sollte vorher von anhaftendem Staub befreit werden.) Jetzt wird das Ventil (9) geöffnet und die Lanze nach und nach in die Kammer eingeführt. Nachdem der Wasserstand in der Kammer etwas gesunken ist, kann die Lanze ganz eingeführt werden, um für eine Verwirbelung im Wasser zu sorgen (Staubteilchen werden mitgerissen).



5) Nachdem die Kammer leer ist, wird (9) geschlossen, und der Hahn am Frischwasser Behälter geöffnet. Der Wasserstand sollte nicht zu schnell steigen, da sich sonst hartnäckig an der Wand haftende Luftblasen bilden. Die Lanze wird nach und nach aus der Kammer gezogen. Ist die Kammer gefüllt, wird der Hahn geschlossen, ebenso das obere Kammerventil zugeschraubt. (8) wird getrennt und geschlossen, anschließend (1) und (3) leeren.

Recommended Drag Correlations: Standard Drag Curve, $w = \log_{10} Re$

Range	Correlation
(A) $Re < 0.01$	$C_D = 3/16 + 24/Re$
(B) $0.01 < Re \leq 20$	$\log_{10} \left[\frac{C_D Re}{24} - 1 \right] = -0.881 + 0.82w - 0.05w^2$ i.e., $C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0.1315 Re^{(0.82 - 0.05w)}]$
(C) $20 \leq Re \leq 260$	$\log_{10} \left[\frac{C_D Re}{24} - 1 \right] = -0.7133 + 0.6305w$ i.e., $C_D = \frac{24}{Re} [1 + 0.1935 Re^{0.6305}]$
(D) $260 \leq Re \leq 1500$	$\log_{10} C_D = 1.6435 - 1.1242w + 0.1558w^2$
(E) $1.5 \times 10^3 \leq Re \leq 1.2 \times 10^4$	$\log_{10} C_D = -2.4571 + 2.5558w - 0.9295w^2 + 0.1049w^3$
(F) $1.2 \times 10^4 < Re < 4.4 \times 10^4$	$\log_{10} C_D = -1.9181 + 0.6370w - 0.0636w^2$
(G) $4.4 \times 10^4 < Re \leq 3.38 \times 10^5$	$\log_{10} C_D = -4.3390 + 1.5809w - 0.1546w^2$
(H) $3.38 \times 10^5 < Re \leq 4 \times 10^5$	$C_D = 29.78 - 5.3w$
(I) $4 \times 10^5 < Re \leq 10^6$	$C_D = 0.1w - 0.49$
(J) $10^6 < Re$	$C_D = 0.19 - 8 \times 10^4/Re$

^a Sources of data: Achenbach (A3); Arnold (A7); Bailey and Hiatt (B1); Beard and Pruppacher (B5); Davies (D2); Dennis and Walker (D3); Goin and Lawrence (G9); Goldburg and Florsheim (G10); Gunn and Kinzer (G14); Hoerner (H14); Ihme *et al.* (I1); LeClair (L5); Liebster (L12); Masliyah (M2); Maxworthy (M7, M8); Millikan and Klein (M10); Möller (M11); Pettyjohn and Christiansen (P4); Pruppacher and Steinberger (P8); Rafique (R1); Rimon and Cheng (R8); Roos and Willmarth (R10); Schmiedel (S2); Shakespear (S9); Vlajinac and Covert (V3); Wieselsberger (W4); Woo (W9).

^b Number of data points: C—149; D—74; E—61; F—52; G—142.

A1: Tabelle Formeln für die verschiedenen Bereiche der standard drag curve nach Quelle

R.Clift et al., Seite 112, [1]

TABLE 5.1
Relationships for Sphere Drag

Author(s)	Range	Relationship for C_D	Range of deviation in C_D (%)
1. Schiller and Nauman (S1)	$Re < 800$	$\frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687})$	+5 to -4
2. Lapple (L3)	$Re < 1000$	$\frac{24}{Re} (1 + 0.125 Re^{0.72})$	+5 to -8
3. Langmuir and Blodgett (L2)	$1 < Re < 100$	$\frac{24}{Re} (1 + 0.197 Re^{0.63} + 2.6 \times 10^{-4} Re^{1.38})$	+6 to +1
4. Allen (A5)	(a) $2 < Re < 500$ (b) $1 < Re < 1000$	$10 Re^{-1/2}$ $30 Re^{-0.625}$	-8 to -52 +70 to -15
5. Gilbert <i>et al.</i> (G7)	$0.2 < Re < 2000$	$0.48 + 28 Re^{-0.85}$	+24 to -11
6. Kurten <i>et al.</i> (K8)	$0.1 < Re < 4000$	$0.28 + \frac{6}{Re^{1/2}} + \frac{21}{Re}$	+7 to -6
7. Abraham (A2)	$Re < 6000$	$0.2924(1 + 9.06 Re^{-1/2})^2$	+9 to -6
8. Ihme <i>et al.</i> (I1)	$Re < 10^4$	$0.36 + \frac{5.48}{Re^{0.573}} + \frac{24}{Re}$	+10 to -10
9. Rumpf [see (K8)]	(a) $Re < 10$ (b) $Re < 100$ (c) $Re < 10^5$	$2 + 24/Re$ $1 + 24/Re$ $0.5 + 24/Re$	-3 to -5 +14 to -20 +30 to -39
10. Clift and Gauvin (C6)	$Re < 3 \times 10^5$	$\frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687})$ $+ 0.42/(1 + 4.25 \times 10^4 Re^{-1.16})$	+6 to -4
11. Brauer (B11)	$Re < 3 \times 10^5$	$0.40 + \frac{4}{Re^{1/2}} + \frac{24}{Re}$	+20 to -18
12. Tanaka and Iinoya (T1)	$Re < 7 \times 10^4$	$\log_{10} C_D = a_1 w^2 + a_2 w + a_3$ where $w = \log_{10} Re$ and a_1, a_2 , and a_3 are given for 7 intervals of Re	+6 to -9

A2: Tabelle Diverse empirische Formeln zum Widerstandsbeiwert einer Kugel nach Quelle

R.Clift et al., Seite 111, [1]

Stoff	Eigenschaft	Wert	Quelle
Wasser	ρ (20°C)	998,2 kg/m³	Rogers and Mayhew; Thermodynamic and
	μ (20°C)	1,004 mPas	Transport Properties of Fluids; Blackwell
	ν (20°C)	1,0038mm²/s	Publishing; 2003
	σ (20°C)	0,073N/m	
	n	1,333	
Luft	ρ (20°C)	1,188 kg/m³	Rogers and Mayhew; Thermodynamic and
	μ (20°C)	0,0181mPas	Transport Properties of Fluids; Blackwell
	ν (20°C)	15,2357mm²/s	Publishing; 2003
	n	1,00027	
AK10	ρ (25°C)	930 kg/m³	Mitteilung der Firma Wacker
	μ (25°C)	9,3 mPas	(Produktinformation AK10)
	ν (25°C)	10 mm²/s	
	σ (25°C)	0,02015 N/m	
	n (25°C)	1,399	
AK100	ρ (25°C)	963 kg/m³	Mitteilung der Firma Wacker
	μ (25°C)	96 mPas	(Produktinformation AK100)
	ν (25°C)	100 mm²/s	
	σ (25°C)	0,02105 N/m	
	n (25°C)	1,403	
Squalan	ρ	809kg/m³	Mitteilung der Henry Lamotte GmbH
	n (20°C)	1,45-1,454	Produktinformation
Glas BK7	ρ (20°C)	2510kg/m³	Weast, Astle; CRC Handbook of
	n	1,517	Chemistry and Physics; CRC Press; 1981
Styropor	Dichte Schaum	20 bis 60kg/m³	Weast, Astle; CRC Handbook of
	Dichte Festkörper	1200kg/m³	Chemistry and Physics; CRC Press; 1981
Iridin 120	Glimmer beschichtet mit Titandioxid		Herstellerinformation
	Dichte	2900-3100kg/m³	Merck Internetseite Feb 06
	Korngröße	5-25µm	
	in Wasser praktisch unlöslich		
Ethanol	ρ (20°C)	791,5 kg/m³	Herstellerinformation
	μ (20°C)	1,2mPas	Merck Sicherheitsdatenblatt
	ν (20°C)	1,516E-6 m²/s	
	σ (20°C)	0,02255 N/m	

A3: Tabelle Stoffdaten

Bild-Nr.	Durchmesser [µm]	Geschw. [mm/s]	Re	cW
1	1566,474766	160,2844389	251,081529	0,7962806
2	1549,799773	158,6640372	245,897489	0,80360509
3	1533,12478	158,1228282	242,422026	0,80022807
4	1526,454783	157,502574	240,420557	0,80301986
5	1516,449787	156,7614826	237,720917	0,8052644
6	1506,444791	156,3321854	235,505806	0,80434385
7	1499,774794	155,9206452	233,845854	0,80482178
8	1491,437298	155,6464349	232,136898	0,80316621
9	1474,762305	154,2695906	227,510977	0,80838801
10	1466,424808	153,7772249	225,502738	0,80895964
11	1443,079818	152,1360673	219,544488	0,81330215
12	1424,737326	150,8140937	214,870469	0,81706389
13	1416,399829	149,7474447	212,102255	0,82386273
14	1413,06483	149,32809	211,010272	0,82653265
15	1393,054839	147,8968651	206,028444	0,8306294
16	1386,384842	147,5869287	204,612281	0,83011786
17	1376,379846	146,6024502	201,780658	0,83520026
18	1366,37485	145,5450906	198,869151	0,84118378
19	1358,037354	144,8159038	196,665407	0,8444662
20	1353,034856	144,2416847	195,164027	0,84804724
21	1346,364858	143,5125376	193,220237	0,85243697
22	1336,359863	143,5125376	191,784395	0,84610241
23	1326,354867	142,6375912	189,188063	0,85006971
24	1316,349871	142,0816529	187,029166	0,85025178
25	1308,012375	141,6449266	185,273317	0,85006355
26	1299,674878	140,429032	182,512085	0,85992885
27	1289,669882	139,4258822	179,813361	0,86560134
28	1282,999885	138,6689838	177,91229	0,870527
29	1266,324892	137,0800969	173,587939	0,87962043
30	1252,984898	135,4579744	169,726796	0,89150876
31	1246,3149	135,1026676	168,380468	0,89142074
32	1236,309905	134,3191917	166,060147	0,89494831
33	1229,639907	133,7076055	164,412208	0,89826897
34	1219,634912	133,4337637	162,740477	0,89461526
35	1209,629916	132,1102196	159,804474	0,90511572
36	1199,62492	130,550971	156,612198	0,91947577
37	1189,619924	130,0305355	154,686916	0,91911131
38	1182,949927	129,236197	152,87995	0,925213
39	1179,614928	128,7581107	151,88499	0,92974803
40	1166,274934	126,9224045	148,026419	0,94598863
41	1159,604937	125,882206	145,973628	0,95644189
42	1149,599941	125,5442055	144,325611	0,95329832
43	1136,259947	123,3883441	140,201233	0,97542334
44	1129,589949	122,9864104	138,924213	0,97604093
45	1116,249955	121,6984096	135,845844	0,98502156
46	1106,244959	121,3256853	134,215928	0,98247669
47	1096,239963	119,8911457	131,429465	0,99701639
48	1086,234968	119,4708382	129,773402	0,9948765
49	1086,234968	118,547995	128,770978	1,01041745
50	1072,894973	118,4931728	127,13073	0,99893175
51	1062,889977	117,2505458	124,62443	1,0106916
52	1056,21998	116,5195957	123,070325	1,01698235
53	1046,214984	114,7287905	120,03098	1,03902306
54	1036,209989	114,4272806	118,570691	1,03451391
55	1029,539991	113,6141224	116,970283	1,04261162
56	1016,199997	112,3471262	114,167149	1,0526592
57	1009,53	110,58342	111,63728	1,07935945
58	992,8550068	109,9985691	109,21263	1,07284438
59	989,5200082	109,3406151	108,194726	1,08214217
60	972,8450152	106,5991768	103,704478	1,11930664
61	966,175018	106,7179712	103,108238	1,10916011
62	959,5050208	106,1879664	101,887887	1,1125211
63	946,1650264	104,5614151	98,932354	1,13143458
64	932,825032	102,6059296	95,7133796	1,15838506
65	912,8150404	100,3215298	91,5750013	1,18572094
66	899,475046	98,95378004	89,0064559	1,20130748
67	889,4700502	98,81667286	87,894471	1,19124337
68	876,1300558	97,22402839	85,1808934	1,21226927
69	869,4600586	95,23118662	82,7997131	1,2539139
70	859,4550628	95,3107423	81,9153	1,23733335
71	852,7850656	94,63432027	80,702735	1,24534199
72	846,1150684	93,83906909	79,3986504	1,25662988
73	832,775074	91,74583112	76,4036413	1,29389041
74	819,4350796	90,72206925	74,340846	1,3020559
75	802,7600866	88,7659628	71,257772	1,33238837
76	796,0900894	87,81533657	69,9089191	1,35007519
77	786,0850936	86,22487338	67,7800877	1,38273277
78	779,4150964	84,96347862	66,2218179	1,41200377
79	766,075102	85,0139175	65,1270455	1,38626258
80	762,7401034	83,88957711	63,9859447	1,41746824

A4: Tabelle Messungen von S. Biermann und F. Peters [24]:

81	749,400109	81,65004882	61,1885555	1,47011247
82	736,0601146	81,42152643	59,9311381	1,45205875
83	732,725116	80,24235366	58,7955879	1,48826893
84	726,0551188	79,60249445	57,7957986	1,4985213
85	716,050123	78,03941599	55,8801334	1,53765751
86	706,0451272	76,49562077	54,0093603	1,5781461
87	696,0401314	76,52304588	53,2631109	1,55466812
88	692,7051328	74,72213233	51,7604046	1,62269475
89	682,700137	74,10963982	50,5946613	1,62580023
90	672,6951412	73,04920621	49,1398461	1,64882007
91	662,6901454	72,05276568	47,7486578	1,66953132
92	656,0201482	71,23915933	46,7343239	1,69069186
93	646,0151524	70,14216356	45,3129005	1,71738839
94	636,0101566	69,12744413	43,9657566	1,74079042
95	626,0051608	67,96646088	42,5473553	1,7724386
96	619,3351636	66,62014008	41,2601954	1,82520891
97	609,3301678	66,3550246	40,4321183	1,81010138
98	599,325172	64,5632109	38,6943575	1,88057027
99	592,6551748	63,59416978	37,6894138	1,91674547
100	582,650179	62,29602151	36,2967881	1,96373905
101	572,6451832	61,31784028	35,1133659	1,99208592
102	565,975186	61,2721309	34,6785057	1,97182133
103	559,3051888	59,57174318	33,3187851	2,06140676
104	545,9651944	58,21874845	31,7854103	2,10685242
105	532,6252	56,51836584	30,1031059	2,18090436
106	522,6202042	55,44877196	28,9786485	2,22328891
107	512,6152084	54,08664154	27,725635	2,29194559
108	502,6102126	54,06835793	27,1753089	2,24873245
109	495,9402154	53,00790905	26,2887538	2,30855494
110	485,9352196	50,77731474	24,6744856	2,46507285
111	472,5952252	50,2653761	23,7551767	2,4464816
112	462,5902294	49,04038178	22,6856015	2,51581322
113	452,5852336	46,71838481	21,1440511	2,7121426
114	445,9152364	46,57211762	20,7672168	2,68898261
115	435,9102406	45,31970662	19,7553242	2,77593581
116	422,5702462	43,74734143	18,4863248	2,88788941
117	409,2302518	42,06528292	17,2143863	3,02484565
118	399,225256	39,41422835	15,7351554	3,36117901
119	389,2202602	39,73418208	15,4653487	3,22438599
120	375,8802658	38,49093523	14,467983	3,31826395
121	362,5402714	37,2751182	13,5137315	3,41267222
122	349,200277	36,05016549	12,5887278	3,51426305
123	339,1952812	33,44487791	11,3443448	3,96606069
124	325,8552868	30,37342875	9,89734234	4,61952833
125	309,1802938	31,79945143	9,83176374	3,99886918
126	295,8402994	25,77553139	7,62544093	5,82350194
127	285,8353036	28,49037025	8,14355363	4,60546764
128	279,1653064	22,81398972	6,36887443	7,0142779
129	265,825312	26,86328611	7,14094141	4,81754088
130	250,8178183	19,0940037	4,78911635	8,9960647
131	240,8128225	23,49037998	5,6567847	5,70726823
132	229,1403274	16,34311029	3,74486564	11,2169981
133	219,1353316	20,7940084	4,55670193	6,62739595
134	202,4603386	12,58753174	2,54847594	16,7028798
135	189,1203442	17,53116971	3,31550085	8,04604353
136	172,4453512	8,74221004	1,50755348	29,4744596
137	159,1053568	14,15909103	2,25278723	10,3753877
138	145,7653624	5,831619743	0,85004817	55,8982945
139	129,0903694	10,2398364	1,32186426	16,087908
140	107,4128785	1,21892277	0,130928	879,435856

Fortsetzung Tabelle A4

Temperatur in °C	Radius in mm	Durchm. In mm	Geschw.in mm/s	Re
8,6	0,0471	0,0942	3,87	0,26766079
8,5	0,057	0,114	5,11	0,42770925
8,4	0,0632	0,1264	5,85	0,54290749
8,4	0,0719	0,1438	6,26	0,66093098
8,5	0,097	0,194	12,6	1,79471366
8,6	0,106	0,212	14	2,17914831
8,5	0,109	0,218	14,5	2,32085169
8,5	0,141	0,282	20,3	4,2030837
8,6	0,144	0,288	21,8	4,60969163
8,4	0,155	0,31	23,6	5,37151248
7,6	0,17	0,34	26,7	6,66519824
8,4	0,187	0,374	31,3	8,5948605
8,4	0,19	0,38	32	8,92804699
8,3	0,201	0,402	33,9	10,0057269
8,4	0,206	0,412	33,5	10,133627
8,4	0,224	0,448	38,9	12,795301
7,9	0,241	0,482	42,3	14,9696035
7,8	0,305	0,61	55,4	24,8120411

A5: Tabelle Daten von Allen [2] (Wasser); kin. Viskosität bei 8,4°C ist $1,362 \cdot 10^{-6}$

Radius in mm	d in mm	Geschw. in mm/s	Re
0,0346	0,0692	0,82	0,00942122
0,0661	0,1322	1,71	0,03753312
0,069	0,138	1,88	0,04307488
0,0719	0,1438	2,02	0,04822779
0,0719	0,1438	2,02	0,04822779
0,0075	0,015	2,6	0,00647518
0,0865	0,173	3,55	0,10196746
0,0977	0,1954	3,9	0,12652499
0,103	0,206	3,72	0,12723228
0,112	0,224	4,53	0,16847418
0,126	0,252	6,15	0,25731363
0,132	0,264	6,57	0,28797609
0,144	0,288	7,27	0,34762743
0,15	0,3	7,5	0,37356799
0,152	0,304	6,96	0,35129338
0,164	0,328	9,06	0,49338868
0,172	0,344	10	0,57114395
0,195	0,39	12,3	0,79644695
0,201	0,402	13,3	0,88769716
0,206	0,412	13,7	0,93714096
0,21	0,42	13,7	0,95533787
0,21	0,42	14,5	1,01112402
0,213	0,426	14,5	1,02556865
0,23	0,46	17,1	1,30599369
0,259	0,518	20	1,72007305
0,259	0,518	19,6	1,68567159
0,265	0,53	20,9	1,83911672
0,276	0,552	21,8	1,99794123
0,276	0,552	21,8	1,99794123
0,287	0,574	22,9	2,1824008
0,33	0,66	30	3,28739831
0,345	0,69	30,9	3,53993027
0,351	0,702	34,3	3,9977752
0,374	0,748	34,3	4,25973767
0,535	1,07	60	10,65914
0,539	1,078	64,3	11,5084509
0,552	1,104	60	10,9978416

A6: Tabelle Daten von Allen [2] (Anilin); kin. Viskosität bei 12°C ist $6,023 \cdot 10^{-6}$

Re	cd	
1,1	19	Ref. [7]
2	13	Ref. [7]
2,1	10,05	Ref. [7]
4,1	9	Ref. [7]
6	7,1	Ref. [7]
7,9	6	Ref. [7]
10	5,2	Ref. [7]
16	2,2	Ref. [7]
17	2,2	Ref. [7]
20	1,8	Ref. [7]
21	1,9	Ref. [7]
11	2	Ref. [6]
22	1,08	Ref. [6]
59	0,61	Ref. [6]
62	0,5	Ref. [6]
89	0,41	Ref. [6]
87	0,4	Ref. [6]
101	0,31	Ref. [6]
120	0,25	Ref. [6]
180	0,27	Ref. [6]
210	0,28	Ref. [6]
210	0,21	Ref. [6]
301	0,17	Ref. [6]
403	0,17	Ref. [6]
9,05	3,02	Ref. [3]
28	1,07	Ref. [3]
80	0,47	Ref. [3]
110	0,32	Ref. [3]
150	0,3	Ref. [3]
280	0,29	Ref. [3]

A7: Tabelle Daten Clift et al. [1], p. 133, Fig. 5.29

Exp pts	R [mm]	d [mm]	U [cm/s]	U [mm/s]
	0,965	1,93	35,3	353
2	0,92	1,84	36,2	362
3	0,91	1,82	36,2	362
4	0,91	1,82	35,75	357,5
5	0,9	1,8	36,2	362
6	0,88	1,76	36,2	362
7	0,87	1,74	35,975	359,75
8	0,86	1,72	35,975	359,75
9	0,855	1,71	35,975	359,75
10	0,845	1,69	35,975	359,75
11	0,83	1,66	35,75	357,5
12	0,81	1,62	35,9	359
13	0,775	1,55	35,3	353
14	0,765	1,53	35,3	353
15	0,755	1,51	35,3	353
16	0,745	1,49	35,3	353
17	0,73	1,46	35,075	350,75
18	0,715	1,43	34,85	348,5
19	0,7	1,4	34,85	348,5
20	0,67	1,34	33,95	339,5
21	0,68	1,36	33,725	337,25
22	0,675	1,35	33,725	337,25
23	0,67	1,34	33,725	337,25
24	0,67	1,34	33,5	335
25	0,655	1,31	33,275	332,75
26	0,65	1,3	33,275	332,75
27	0,635	1,27	32,6	326
28	0,63	1,26	32,15	321,5
29	0,625	1,25	32,375	323,75
30	0,62	1,24	31,7	317
31	0,615	1,23	31,25	312,5
32	0,605	1,21	31,25	312,5
33	0,6	1,2	30,8	308
34	0,585	1,17	30,8	308
35	0,58	1,16	30,8	308
36	0,57	1,14	30,35	303,5
37	0,575	1,15	30,125	301,25
38	0,575	1,15	29,45	294,5
39	0,56	1,12	29,675	296,75
40	0,54	1,08	28,55	285,5
41	0,545	1,09	28,1	281
42	0,545	1,09	27,65	276,5
43	0,54	1,08	28,1	281
44	0,53	1,06	26,75	267,5
45	0,51	1,02	26,525	265,25
46	0,495	0,99	25,85	258,5
47	0,485	0,97	24,95	249,5
48	0,485	0,97	24,5	245
49	0,485	0,97	24,5	245
50	0,485	0,97	24,05	240,5
51	0,455	0,91	23,15	231,5
52	0,465	0,93	22,925	229,25
53	0,46	0,92	22,925	229,25
54	0,45	0,9	22,7	227
55	0,445	0,89	22,475	224,75
56	0,445	0,89	22,025	220,25
57	0,42	0,84	21,125	211,25
58	0,425	0,85	21,125	211,25
59	0,43	0,86	21,125	211,25
60	0,41	0,82	20	200
61	0,4	0,8	18,875	188,75
62	0,385	0,77	18,2	182
63	0,38	0,76	17,3	173
64	0,36	0,72	15,725	157,25
65	0,355	0,71	15,275	152,75
66	0,345	0,69	14,825	148,25
67	0,345	0,69	14,6	146
68	0,33	0,66	13,7	137
69	0,33	0,66	13,7	137

A8: Tabelle Daten Duineveld, [12], p. 328

Exp points		U (mm/s)		d (mm)		Re		Cd
1		52		0,43		22,209		2,08
2		67		0,56		37,267		1,632
3		88		0,701		61,271		1,184
4		114		0,801		90,698		0,806
5		144		0,9		128,725		0,568
6		169		0,93		156,108		0,426
7		204		1,02		206,675		0,321
8		225		1,04		232,42		0,269
9		254		1,1		277,513		0,223
10		270		1,12		300,358		0,201
11		280		1,14		317,044		0,191
12		326		1,22		395,034		0,15
13		345		1,43		490,018		0,157
14		308		1,69		517,004		0,233
15		291		2,01		580,96		0,31
16		276		2,11		578,427		0,362
17		260		2,29		591,379		0,443
18		264		2,4		629,321		0,45
19		260		2,7		697,259		0,522
20		255		2,9		734,505		0,583
21		245		3,52		856,575		0,767
22		233		4,08		944,219		0,983
23		230		5,13		1171,931		1,268
24		225		6,09		1360,995		1,573
25		220		7		1529,599		1,892
26		246		9,08		2218,594		1,963
27		260		10,2		2634,088		1,974

Ref: [13] T.Maxworthy, C.Gnann, M.Kürten and F.Durst.,

"Experiments on the rise of air bubbles in clean viscous liquids",

J. Fluid Mech. (1996), vol. 321, p. 430, fig. 4:

"Raw data curves of U vs. d for selected values of Mo.",

only data for water at 20°C, i. e. Mo=2.72 e-11, read out

A9: Tabelle Daten Maxworthy et al., [13]

A10: Tabelle Daten von Peebles and Garber [8]

density lbs/cu ft	density kg/m3	v centipoise	v [m ² /s]	5,4%Ethylacetate-cottonseedoil
56,5	905,04299	31	3,42525E-05	
r Fuß E-3	d m	u Fuß/s	u m/s	
2,6	0,00158496	0,133	0,0405384	
3,85	0,00234696	0,269	0,0819912	
4,61	0,00281026	0,329	0,1002792	
5,35	0,00326136	0,381	0,1161288	
4,8	0,00292608	0,453	0,1380744	
7,52	0,00458419	0,625	0,1905	

density lbs/cu ft	density kg/m3	v centipoise	v [m ² /s]	15,4%Ethylacetate-cottonseedoil
56,1	898,635606	15	1,6692E-05	
r Fuß E-3	d m	u Fuß/s	u m/s	
4,26	0,0025969	0,508	0,1548384	
4,97	0,00302971	0,557	0,1697736	
5,73	0,00349301	0,575	0,17526	
6,21	0,00378562	0,598	0,1822704	

density lbs/cu ft	density kg/m3	v centipoise	v [m ² /s]	27%Ethylacetate-cottonseedoil
,2	900,237452	11	1,2219E-05	
r Fuß E-3	d m	u Fuß/s	u m/s	
3,5	0,0021336	0,383	0,1167384	
4,3	0,00262128	0,466	0,1420368	
5,15	0,00313944	0,615	0,187452	
6,02	0,00366979	0,586	0,1786128	
7,15	0,00435864	0,54	0,164592	
8,36	0,00509626	0,5	0,1524	
10,1	0,00615696	0,513	0,1563624	
12,3	0,00749808	0,518	0,1578864	
15,7	0,00957072	0,503	0,1533144	

density lbs/cu ft	density kg/m3	v centipoise	v [m ² /s]	31,1%Ethylacetate-cottonseedoil
56	897,03376	7	7,8035E-06	
r Fuß E-3	d m	u Fuß/s	u m/s	
4,14	0,00252374	0,605	0,184404	
4,82	0,00293827	0,661	0,2014728	
5,56	0,00338938	0,694	0,2115312	
6,03	0,00367589	0,641	0,1953768	
6,79	0,00413918	0,597	0,1819656	

density lbs/cu ft	density kg/m3	v centipoise	v [m ² /s]	cottonseedoil
56,8	909,848528	59	6,4846E-05	
r Fuß E-3	d m	u Fuß/s	u m/s	
2,78	0,00169469	0,084	0,0256032	
4,13	0,00251765	0,192	0,0585216	
4,91	0,00299314	0,204	0,0621792	
5,71	0,00348082	0,331	0,1008888	
6,19	0,00377342	0,342	0,1042416	
7,15	0,00435864	0,38	0,115824	
8,15	0,00496824	0,472	0,1438656	

A11: Tabelle Eigene Messergebnisse Festkörper in Flüssigkeit I

m pro pix Abb 1:1,5	0,000010204	ρ Wasser (20°C)	998,2		dichte glas	2,5					
Übersetzungsverhältnis	0,07244488	v Wasser			dichte AK10	0,93					
			1,0038E-06		dichte K100	0,963					
	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff. [m]	abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindig- keit [m/s]	Wurzel Ga	Ar	Re		
										Messung Gaskugeln in AK10	v ak10
	0,002	97,5	186	1,411148631	0,137586991	28,01428207	1324,877419	27,5173983		0,00001	
	0,002	97,455	183,5	1,392181579	0,135675056	28,01428207	1324,877419	27,13501116			
	0,002	99,47	183	1,388388169	0,138102971	28,01428207	1324,877419	27,62059423		$\Delta p/p$	1,688172043
	0,001	83,415	90	0,682813854	0,056956918	9,904544412	165,6096774	5,695691759			
	0,001	79,245	94	0,713161136	0,056514454	9,904544412	165,6096774	5,651445421			
Übersetzungs- verhältnis 0,004762	0,001	90,93	83	0,629706109	0,057259177	9,904544412	165,6096774	5,725917652			
									Messung Glaskugel in AK100	v ak100	anderes Getriebe!!!
	0,001	89,935	165	0,082281453	0,007399982	0,990454441	1,565728972	0,073999825		0,0001	
										$\Delta p/p$	1,596053998

A12: Tabelle Eigene Messergebnisse Festkörper in Flüssigkeit II

m pro pix Abb 1:1,5	0,000010204	ρ Wasser (20°C)	998,2	Dichte Styropor	20 bis 60	40							
Übersetzungsverhältnis	0,0724488	v Wasser											
		1,0038E-06											
	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff. [m]	abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	Ar	Re				
	298	0,003040792	81,49	382	2,898165467	0,236171504	523,199576	262768,5398	715,4297866	Messung Styropor in Wasser nicht verwendet!!!	$\Delta p/p$	0,95992787	
	218	0,002224472	65,95	296	2,245698896	0,148103842	327,3615947	102871,2593	328,2056685				
	207	0,002112228	68,9	320	2,42778259	0,16727422	302,8994644	88071,54435	351,9837539				
	202	0,002061208	71,565	312	2,367088026	0,169400655	291,9913872	81842,4617	347,8481613				
		0,00295	66,215	288	2,185004331	0,144680062	50,18426036	2410,139128	42,68061823	Messung Styropor in AK10	v ak10		
		0,0021	83,6	165	1,251825398	0,104652603	30,14140176	869,4286548	21,97704669	0,00001	Dichte AK10	930	
		0,0031	85,825	239	1,813250122	0,155622192	54,06012486	2796,7983	48,24287944	$\Delta p/p$	0,95698925		
Übersetzungsverhältnis	0,00205	72,456	191	1,449082734	0,104994739	29,07135639	808,7934931	21,5239214					
0,004762													
		0,0025	90,05	577	0,287735748	0,025910604	3,915114941	14,69144276	0,647765104	Messung Styropor in AK 100	v ak100	Dichte AK100	963
		0,0038	88,5	1259	0,627832422	0,055563169	7,336854367	51,59352621	2,111400434	0,0001	$\Delta p/p$	0,95846314	
		0,0031	85,665	1072	0,534580108	0,045794805	5,406012486	28,01105736	1,419638954				
		0,0022	59,635	858	0,427863557	0,025515643	3,23197896	10,01180688	0,56134415				

A13: Tabelle Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Siliconöl AK10 und AK100)

Messung	Luft in Silicon AK10	v	g									
		0,00001	9,81									
m pro pix Abb 1:1,5	0,000010204											
Übersetzungs verhältnis	0,0724488											
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	u quer	aspect ratio	Re	Ar
174	150	165,6010401	0,001689793	37,34	385	2,920925929	0,109067374	21,75628647	0,847117393	0,86206897	18,4301287	473,336001
644	290	493,6165038	0,005036863	81,275	277	2,101549305	0,17080342	111,9630411	0,768390518	0,45031056	86,0313392	12535,7226
637	282	485,4849289	0,004953888	81,255	277	2,101549305	0,170761389	109,2078375	0,77460817	0,44270016	84,5932831	11926,3518
630	277	479,0564789	0,004888292	80,89	277	2,101549305	0,169994323	107,0459537	0,776285244	0,43968254	83,0981943	11458,8362
608	269	463,2899824	0,004727411	81,54	277	2,101549305	0,17136033	101,8051019	0,795727023	0,44243421	81,0090707	10364,2788
483	201	360,6034527	0,003679598	89,66	269	2,04085474	0,182983036	69,90930742	0,963110594	0,41614907	67,3303946	4887,31126
454	205	348,3011953	0,003554065	87,975	268	2,033267919	0,178876745	66,36248281	0,957980509	0,45154185	63,573965	4403,97912
355	193	289,7373313	0,00295648	84,92	268	2,033267919	0,172665112	50,34969708	1,013870852	0,54366197	51,0480903	2535,092
273	184	239,3577523	0,002442407	80,435	268	2,033267919	0,163545905	37,80606054	1,056564944	0,67399267	39,9445582	1429,29821
234	177	213,2069992	0,002175564	73,24	268	2,033267919	0,148916542	31,78281537	1,019348027	0,75641026	32,3977501	1010,14735
194	162	182,6862925	0,001864131	66,775	268	2,033267919	0,135771465	25,2086229	1,004004815	0,83505155	25,3095788	635,474669
159	143	153,4769783	0,001566079	66,555	222	1,684274172	0,112096868	19,41131865	0,904382454	0,89937107	17,555256	376,799292
131	119	126,8711873	0,001294594	53,905	222	1,684274172	0,090790799	14,58930772	0,805639235	0,90839695	11,7537187	212,8479
100	92	97,25884484	0,000992429	44,45	192	1,456669554	0,064748962	9,792280362	0,656218585	0,92	6,42587637	95,8887547
76	74	75,32737102	0,00076864	31,62	193	1,464256375	0,046299787	6,674510097	0,533191055	0,97368421	3,55878908	44,549085
44	45	44,33082575	0,000452352	26,33	99	0,751095239	0,019776338	3,013345367	0,296874728	1,02272727	0,89458609	9,0802503
17	16	16,65990484	0,000169998	13,79	72	0,546251083	0,007532802	0,694222928	0,184459314	0,94117647	0,12805589	0,48194547
148	142	145,9722847	0,001489501	57,02	217	1,646340069	0,093874311	18,00511032	0,776590064	0,95945946	13,9825898	324,183998
110	105	108,3073799	0,001105169	54,385	144	1,092502166	0,05941573	11,50740116	0,570627485	0,95454545	6,56643938	132,420281
80	77	78,98720385	0,000805985	53,555	96	0,728334777	0,039005969	7,166800061	0,438664988	0,9625	3,14382426	51,3630231
46	45	45,66420732	0,000465958	25,495	50	0,37934103	0,0096713	3,150315597	0,14304647	0,97826087	0,45064153	9,92448836
19	20	19,32764621	0,000197219	4,745	50	0,37934103	0,001799973	0,86747832	0,040921997	1,05263158	0,03549895	0,75251864
308	189	261,7304192	0,002670697	83,33	263	1,995333816	0,166271167	43,22863075	1,027235727	0,61363636	44,4059939	1868,71452
258	181	229,2481236	0,002339248	76,535	263	1,995333816	0,152712874	35,43634026	1,008098633	0,70155039	35,7233262	1255,73421
210	168	194,9466417	0,001989236	67,3	263	1,995333816	0,134285966	27,78841754	0,96128689	0,8	26,7126415	772,19615
165	146	158,4066434	0,001616381	54,1	261	1,980160175	0,107126665	20,35402323	0,850728853	0,88484848	17,3157548	414,286262

141	128	136,526162	0,001393113	63,97	184	1,395974989	0,08930052	16,28598389	0,763882074	0,90780142	12,4405712	265,233271
121	113	118,2722569	0,00120685	52,82	182	1,380801348	0,072933927	13,13150505	0,670298779	0,9338843	8,8020318	172,436425
90	85	88,30144631	0,000901028	39,795	144	1,092502166	0,043476124	8,471140876	0,462431254	0,94444444	3,91732029	71,7602277
70	69	69,66504191	0,000710862	28,2	146	1,107675807	0,031236458	5,936254785	0,374054254	0,98571429	2,22048136	35,2391209
51	48	49,97970903	0,000509993	15,415	146	1,107675807	0,017074823	3,607287557	0,241401302	0,94117647	0,87080391	13,0125235
Messung Luft in Silicon AK100			v	g								
			0,0001	9,81								
m pro pix Abb 1:1,5	0,000010204											
Übersetzungsverhältnis	0,004762											
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	u quer	aspect ratio	Re	Ar
468	367	431,5711021	0,004403752	97	1999	0,996852272	0,09669467	9,153110675	0,465218129	0,78418803	4,25819302	83,779435
447	367	418,5623283	0,00427101	91,8	1999	0,996852272	0,091511039	8,742394211	0,447068104	0,82102908	3,90844561	76,4294565
435	365	410,2893351	0,004186592	88,7	1999	0,996852272	0,088420797	8,484485679	0,436304387	0,83908046	3,70181833	71,9864972
420	350	395,2349232	0,004032977	84,95	1999	0,996852272	0,084682601	8,021824324	0,4257423	0,83333333	3,41522993	64,3496655
405	347	384,6622893	0,003925094	78,725	1999	0,996852272	0,078477195	7,702107868	0,399929958	0,85679012	3,08030368	59,3224656
380	354	371,1276044	0,003786986	73,985	1999	0,996852272	0,073752115	7,299196678	0,382642428	0,93157895	2,79298234	53,2782721
355	312	340,0453787	0,003469823	94,915	1497	0,746517184	0,070855679	6,401702594	0,384048872	0,87887324	2,45856666	40,9817961
338	313	329,4521588	0,00336173	86,815	1496	0,746018509	0,064765597	6,104902258	0,356638697	0,9260355	2,17724439	37,2698316
319	307	314,9486087	0,003213736	81,345	1496	0,746018509	0,060684876	5,706235875	0,341775471	0,96238245	1,95025145	32,5611279
300	298	299,3316964	0,003054381	72,085	1496	0,746018509	0,053776744	5,287120871	0,31066936	0,99333333	1,64254646	27,9536471
274	263	270,2830089	0,002757968	102,7	945	0,471248323	0,048397203	4,536472641	0,294232851	0,95985401	1,33477928	20,579584
249	242	246,6443346	0,002516759	90,2	945	0,471248323	0,042506599	3,954548398	0,270521044	0,97188755	1,06978856	15,638453
234	231	232,9955849	0,002377487	71,93	945	0,471248323	0,033896892	3,630878497	0,2219557	0,98717949	0,80589418	13,1832787
194	187	191,6379386	0,001955474	63,51	771	0,38447879	0,024418248	2,708397564	0,176300696	0,96391753	0,47749237	7,33541737
155	153	154,3303781	0,001574787	58,72	537	0,267788729	0,015724554	1,957344677	0,126512344	0,98709677	0,24762826	3,83119818
133	129	131,6530169	0,001343387	38,51	537	0,267788729	0,010312544	1,542184742	0,089831919	0,96992481	0,13853741	2,37833378

A14: Tabelle Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Ethanol)

Messung Luft in Ethanol			v	g								
			0,000001516	9,81								
m pro pix Abb 1:1,5	0,000010204											
Übersetzungsverhältnis	0,0724488											
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	u quer	aspect ratio	Re	Ar
195	117	164,4692972	0,001678245	75,795	401	3,042315058	0,23059227	142,0424754	1,797142842	0,6	wobbling	255,270618
393	228	327,7729384	0,003344595	58,225	432	3,277506497	0,190832816	399,6231318	1,053529698	0,58015267	wobbling	421,014837
361	203	297,9682086	0,003040468	57,76	433	3,285093318	0,18974699	346,3744683	1,098677427	0,56232687	wobbling	380,55381
374	212	309,5229122	0,003158372	57,55	435	3,300266959	0,189930363	366,7162725	1,079016956	0,56684492	wobbling	395,693076
27	30	27,96508518	0,000285356	21,855	109	0,826963445	0,018073286	9,958987723	0,341593282	1,111111111		3,4019233
47	49	47,65741269	0,000486296	60,12	109	0,826963445	0,049717042	22,15576085	0,71981406	1,04255319		15,9480282
40	41	40,33058139	0,000411533	46,105	108	0,819376624	0,037777359	17,24815718	0,594558547	1,025		10,2550393
37	34	35,97167516	0,000367055	34,195	109	0,826963445	0,028278015	14,52887448	0,471247284	0,91891892		6,84669264
165	96	137,7461672	0,001405562	64,44	485	3,679607988	0,237113939	108,8705112	2,019284885	0,58181818		219,840578
786	276	554,5207651	0,00565833	80,55	312	2,367088026	0,19066894	879,362007	0,809284677	0,35114504		711,654198
74	73	73,66512722	0,000751679	53,3	294	2,230525255	0,118866996	42,57786613	1,38447032	0,98648649		58,9477925
734	276	529,7856106	0,005405932	53,15	452	3,429242909	0,182264261	821,1853913	0,791464993	0,3760218		649,93949
237	120	188,8973137	0,001927508	76,925	337	2,55675854	0,196678651	174,8355121	1,430291641	0,50632911		250,065772
484	168	340,1468436	0,003470858	100,575	245	1,858771046	0,186945898	422,4649129	1,013124899	0,34710744		428,009722
210	110	169,2817859	0,001727351	99,12	302	2,29121982	0,227105709	148,322257	1,744629477	0,52380952		258,767382
309	209	271,2402911	0,002767736	82,79	304	2,306393461	0,190946315	300,8307871	1,158815915	0,6763754		348,607504
515	241	399,8314361	0,00407988	82,915	294	2,230525255	0,184944002	538,4016504	0,924447075	0,46796117		497,723831
155	99	133,4850662	0,001362082	106	289	2,192591152	0,232414662	103,8580105	2,010608217	0,63870968		208,817769
170	98	141,4841493	0,001443704	102	306	2,321567102	0,236799844	113,3320277	1,989792502	0,57647059		225,507219
48	44	46,62779878	0,00047579	84,6	62	0,470382877	0,039794391	21,44165717	0,582478207	0,91666667		12,489298
55	50	53,28009435	0,00054367	84,63	112	0,849723907	0,071912134	26,1901783	0,984690973	0,90909091		25,7892322
53	51	52,32475016	0,000533922	99,98	86	0,652466571	0,065233608	25,48893691	0,901359598	0,96226415		22,9746979
												649,685905

279	170	236,5296389	0,002413548	64,45	404	3,06507552	0,197544117	244,9736259	1,283812465	0,609319		314,500195	60012,0774
127	96	115,6891727	0,001180492	108	250	1,896705149	0,204844156	83,79730479	1,90352021	0,75590551		159,509863	7021,98829
145	98	127,2488442	0,001298447	104,8	283	2,147070228	0,22501296	96,66555457	1,993704921	0,67586207		192,722592	9344,22944
82	82	81,99996955	0,000836728	29,41	570	4,324487739	0,127183184	50,0047792	1,403793155	1		70,1963668	2500,47794
61	59	60,32589112	0,000615565	31,85	400	3,034728238	0,096656094	31,55343147	1,243820301	0,96721311		39,2467986	995,619038
49	49	48,99998433	0,000499996	26,84	335	2,541584899	0,068216139	23,09855909	0,974023497	1		22,4985393	533,543432

A15: Tabelle Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Ethanol+C14TAB(Tensid))

Messung Luft in Ethanol+C14TAB		v	g										
		0,000001516	9,81										
m pro pix Abb 1:1,5		0,000010204											
Übersetzungsverhältnis		0,0724488											
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	u quer	aspect ratio	Re	Ar	
486	274	401,4894492	0,004096798	63,705	386	2,92851275	0,186560905	541,7540698	0,930601701	0,56378601	504,157259	293497,472	
160	96	134,9491696	0,001377021	72,48	424	3,216811932	0,233154529	105,5714052	2,006037368	0,6	211,780184	11145,3216	
154	101	133,7993764	0,001365289	57,05	530	4,021014915	0,229398901	104,2250498	1,982186708	0,65584416	206,593508	10862,861	
74	71	72,9861474	0,000744751	43,31	427	3,239572394	0,14030588	41,99055715	1,641481244	0,95945946	68,926712	1763,20689	
182	99	148,56818	0,00151599	73,665	427	3,239572394	0,2386431	121,9494039	1,956889272	0,54395604	238,64148	14871,6571	

A17: Tabelle Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Salzwasser)

Messung Luft in Salzwasser		v	g								
		1,0038E-06	9,81								
	m pro pix Abb 1:1,5	0,000010204									
	Übersetzungsverhältnis	0,0724488									
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	u quer	aspect ratio	Re Ar
232	207	223,3479138	0,002279042	63,155	370	2,80712362	0,177283892	339,4812852	1,185655716	0,89224138	zigzag 402,507926 115247,543
167	156	163,2496739	0,0016658	71,705	308	2,336740743	0,167555995	212,1394658	1,31073254	0,93413174	zigzag 278,058101 45003,1529
172	158	167,2005884	0,001706115	70,715	307	2,329153923	0,16470612	219,8870685	1,273125176	0,91860465	zigzag 279,943763 48350,3229
110	109	109,6656075	0,001119028	86,05	186	1,411148631	0,12142934	116,8015646	1,158960622	0,99090909	135,368414 13642,6055
91	84	88,60410823	0,000904116	69,13	186	1,411148631	0,097552705	84,8249819	1,035839952	0,92307692	87,8651051 7195,27755
110	103	107,6153011	0,001098107	84,215	187	1,418735451	0,119478806	113,5413425	1,151155871	0,93636364	130,703783 12891,6365

A18: Tabelle Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Salzwasser+C14TAB)

Messung Luft in Salzwasser C14TAB		v	g								
		1,0038E-06	9,81								
	m pro pix Abb 1:1,5	0,000010204									
	Übersetzungsverhältnis	0,0724488									
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	u quer	aspect ratio	Re Ar
246	201	229,9791959	0,002346708	73,59	327	2,480890334	0,18256872	354,7119452	1,203267996	0,81707317	426,813532 125820,564
113	105	110,2677606	0,001125172	79,885	207	1,570471863	0,125457145	117,7648868	1,194129407	0,92920354	140,626514 13868,5686

A19: Tabelle Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (CO₂ in Wasser)

Messung CO ₂ in Wasser		v	g									
		1,0038E-06	9,81									
m pro pix Abb 1:1,5		0,000010204										
Übersetzung verhältnis		0,0724488										
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	u quer	aspect ratio	Re	Ar
127	118	123,9261537	0,001264542	95,355	194	1,471843195	0,140347608	140,3096183	1,260096487	0,92913386	176,803657	19686,789
124	116	121,2737876	0,001237478	92,645	193	1,464256375	0,135656032	135,8292803	1,231220703	0,93548387	167,235822	18449,5934
128	119	124,9267535	0,001274753	97,365	194	1,471843195	0,143306013	142,0123677	1,281495121	0,9296875	181,988156	20167,5126

A20: Tabelle Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Natronlauge 3%)

Messung Luft in Natronlauge ca 3%		v	g									
		1,0038E-06	9,81									
m pro pix Abb 1:1,5		0,000010204										
Übersetzungsverhältnis		0,0724488										
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	u quer	aspect ratio	Re	Ar
118	116	117,3294832	0,00119723	69,37	260	1,972573355	0,136837414	129,2568964	1,262645832	0,98305085	163,205681	16707,3453
106	104	105,3290542	0,001074778	51,745	260	1,972573355	0,102070808	109,9424128	0,994048863	0,98113208	109,28813	12087,3341
123	118	121,3101757	0,001237849	78,425	221	1,676687351	0,131494206	135,8904181	1,19326876	0,95934959	162,153791	18466,2057
156	139	150,1139818	0,001531763	94,63	217	1,646340069	0,155793161	187,0573185	1,270919629	0,89102564	237,734818	34990,4404
91	86	89,30180703	0,000911236	82,835	158	1,198717654	0,099295777	85,82886268	1,050221551	0,94505495	90,1393213	7366,59367

A21: Tabelle Eigene Messergebnisse Gas in Flüssigkeit (Luft in Salzsäure 3%)

Messung Luft in Salzsäure ca 3%	v	g									
	1,0038E-06	9,81									
m pro pix Abb 1:1,5	0,000010204										
Übersetzungsverhältnis	0,0724488										
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	u quer	aspect ratio	Re Ar
153	134	146,3847045	0,00149371	99,425	203	1,540124581	0,153126886	180,1302026	1,264980624	0,87581699	227,861216 32446,8899
107	99	104,263927	0,001063909	74,04	203	1,540124581	0,114030824	108,2789672	1,116183234	0,92523364	120,859168 11724,3347
392	315	364,4410897	0,003718757	74,02	357	2,708494952	0,200482796	707,5937563	1,049648077	0,80357143	742,724425 500688,924
287	224	264,2431423	0,002696337	81,205	307	2,329153923	0,189138944	436,8663308	1,162945518	0,7804878	508,051741 190852,191
121	110	117,2161983	0,001196074	102	173	1,312519963	0,133877036	129,0697399	1,235926217	0,90909091	159,520675 16658,9978

A22: Tabelle Eigene Messergebnisse Flüssigkeit in Flüssigkeit (Siliconöl AK10 in Wasser)

Messung Silicon AK10 in Wasser	ρ Wasser (20 °C)	0,9982									
	dichte AK10	0,93						v	g	$\Delta p/p$	
				nur x Komponente				1,0038E-06	9,81	0,0683	
Durchmesser waagerecht [mm]	Durchmesser senkrecht [mm]	d eff mm	d eff m	Geschwindigkeit [mm/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Kennzahl	Wurzel Ga	Re	aspect ratio	Ar	
6,83082	6,165	6,601250337	0,00660125	92,0898526	0,092089853	0,000597549	1673,503467	605,6068644	0,90252708	191281,926	
4,38948	4,21686	4,331168472	0,004331168	65,34634794	0,065346348	0,001124359	889,3955003	281,9546144	0,96067416	54026,9635	
2,8359	2,78658	2,819363667	0,002819364	48,75594387	0,048755944	0,002140849	467,1044024	136,9403633	0,9826087	14902,1395	
4,61142	4,4388	4,553146343	0,004553146	66,33582108	0,066335821	0,001043146	958,6381898	300,8933066	0,96256684	62766,8243	
6,38694	5,84442	6,200722766	0,006200723	88,36521683	0,088365217	0,000656371	1523,529206	545,8539667	0,91505792	158533,947	
3,92094	3,79764	3,879401237	0,003879401	62,48387846	0,062483878	0,001326373	753,9357938	241,4824023	0,96855346	38823,0301	
6,06636	5,59782	5,905976515	0,005905977	85,90799738	0,085907997	0,000706114	1416,200965	505,4499054	0,92276423	136984,199	
3,47706	3,40308	3,452222821	0,003452223	57,83023651	0,057830237	0,001580027	632,900649	198,8870913	0,9787234	27358,4687	
4,61142	4,38948	4,536219994	0,004536222	70,20176138	0,070201761	0,00104899	953,297546	317,2451022	0,95187166	62069,4152	
4,36482	4,1922	4,30650402	0,004306504	70,51350384	0,070513504	0,001134032	881,8091437	302,5171227	0,96045198	53109,2171	
2,68794	2,66328	2,679694655	0,002679695	44,83082637	0,044830826	0,002310387	432,8279297	119,6781488	0,99082569	12795,3231	
7,8912	6,97878	7,574520497	0,00757452	103,3150089	0,103315009	0,000486161	2056,932452	779,5991755	0,884375	288975,327	
4,5621	4,36482	4,495368294	0,004495368	74,5530306	0,074553031	0,001063322	940,4489579	333,8746064	0,95675676	60407,5418	
neue Messungen ab Januar 06											
m pro pix Abb 1:1,5	0,000010204										
Übersetzungsverhältnis	0,0724488										
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	Re	aspect ratio	Ar
708	581	662,8480208	0,006763701	61,455	195	1,479430016	0,090918372	1735,657115	612,6167561	0,82062147	205754,134
617	539	589,8199402	0,006018523	47,695	225	1,707034634	0,081417017	1456,874572	488,155172	0,87358185	144965,624
433	406	423,8059433	0,004324516	78,395	117	0,88765801	0,06958795	887,3471351	299,7949701	0,93764434	53778,3913
528	487	513,963204	0,005244481	78,31	136	1,031807601	0,080800853	1185,061882	422,1543154	0,92234848	95918,5846
489	453	476,6925915	0,004864171	75,775	132	1,001460319	0,075885656	1058,523711	367,7234717	0,92638037	76528,2682
227	224	225,9954552	0,002306058	39,315	132	1,001460319	0,039372412	345,5353987	90,45133681	0,98678414	8154,65881
415	399	409,5964009	0,004179522	38,225	239	1,813250122	0,069311486	843,0963034	288,5922073	0,96144578	48548,417

A23: Tabelle Eigene Messergebnisse Flüssigkeit in Flüssigkeit (Wasser in Siliconöl AK10 und AK100)

Messung Wasser in AK10											
				v	g			ρ Wasser (20°C)	0,9982		
	m pro pix Abb 1:5	0,000010204		0,00001	9,81			dichte AK10	0,93		
	Übersetzungsverhältnis	0,004762						$\Delta \rho/\rho$	0,073333333		
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	Re	aspect ratio	Ar
439	425	434,2825939	0,00443142	96,915	642	0,320149654	0,031027304	92,39507309	13,74950016	0,96810934	626,035632
313	304	309,9706214	0,00316294	95,085	439	0,218918533	0,020815869	55,71485177	6,583934837	0,97124601	227,637279
Messung Wasser in AK100											
				v	g			ρ Wasser (20°C)	0,9982		
	m pro pix Abb 1:5	0,000010204		0,0001	9,81			dichte AK100	0,963		
	Übersetzungsverhältnis	0,004762						$\Delta \rho/\rho$	0,03655244		
Durchmesser quer [pix]	Durchmesser hoch [pix]	Durchmesser effektiv [pix]	Durchmesser eff [m]	Abstand [mm]	Drehzahl Motor [1/min]	Drehzahl Kammer [rad/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Wurzel Ga	Re	aspect ratio	Ar
202,5	196	200,3096362	0,00204396				0,0008	2,894295982	0,016351676	0,96790123	0,30619794
103	101	102,3289309	0,001044164				0,00026389	1,056787904	0,002755445	0,98058252	0,04082179

A24: Tabelle Eigene Messergebnisse Flüssigkeit in Flüssigkeit (Squalanöl in Wasser)

Messung Squalan in Wasser		$\Delta p/p$	0,1895							
Durchmesser waagerecht [mm]	Durchmesser senkrecht [mm]	d eff mm	d eff m	Geschwindigkeit [mm/s]	Geschwindigkeit [m/s]	Kennzahl	Wurzel Ga	v	g	
5,27724	3,92094	4,779706816	0,004779707	126,4112633	0,126411263	0,00096986	1031,07249	601,921475	0,74299065	201459,436
2,61396	2,3427	2,520218378	0,002520218	80,97387067	0,080973871	0,00253312	394,770393	203,2993	0,89622642	29532,3741
1,40562	1,38096	1,397351506	0,001397352	52,67226066	0,052672261	0,00613556	162,984316	73,3230352	0,98245614	5033,85661
5,12928	3,79764	4,640258404	0,004640258	119,5966673	0,119596667	0,00101391	986,28076	552,858578	0,74038462	184336,075
4,6854	3,5757	4,281718459	0,004281718	118,4957058	0,118495706	0,00114389	874,20739	505,444562	0,76315789	144823,207
2,8359	2,51532	2,724739638	0,00272474	88,85873951	0,08885874	0,00225333	443,787256	241,200368	0,88695652	37321,4809
4,71006	3,67434	4,335881186	0,004335881	122,0978903	0,12209789	0,00112253	890,847513	527,397834	0,78010471	150388,961
2,51532	2,29338	2,439050698	0,002439051	84,10134779	0,084101348	0,00266061	375,853461	204,350918	0,91176471	26769,8737