

Übungen zur Vorlesung Linearen Algebra I

Blatt 10

Aufgabe 1.

Seien $A, B \in M(m \times n, K)$. Man zeige:

$$\text{rang}(A + B) \leq \text{rang}(A) + \text{rang}(B)$$

und gebe Beispiele mit “<” und “=”.

Aufgabe 2.

Sei $t \in \mathbf{R}$ gegeben. Bestimmen Sie (in Abhängigkeit von t) die Menge der $x \in \mathbf{R}^3$ mit

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ 2 & 12 & 7 \\ 1 & 10 & 6 \end{pmatrix} \cdot x = \begin{pmatrix} 12t \\ 12t + 7 \\ 7t + 8 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3.

Es seien Metall-Legierungen M_1, M_2 und M_3 gegeben, die Gold, Silber und Platin in folgenden Prozentsätzen enthalten:

	Gold	Silber	Platin
M_1	20	60	20
M_2	70	10	20
M_3	50	50	0

Kann man diese Legierungen so mischen, dass eine Legierung mit 40% Gold, 50% Silber und 10% Platin entsteht ?

Aufgabe (*).

Freiwillige Zusatzaufgabe. Sei $n \in \mathbf{N}$ und sei K ein Körper.

Zeigen Sie:

Für alle $k, m \in \mathbf{N}$ mit $k + m \leq n$ gibt es Matrizen $A, B \in M(n \times n, K)$ mit $\text{rang}(A) = k$, $\text{rang}(B) = m$ und $A \cdot B = 0$ (wobei 0 die Nullmatrix bezeichnet).

Abgabe: Dienstag, den 23. 12. 2008, vor der Vorlesung.

Hinweise: Bitte Namen und Übungsgruppe auf jedem Blatt. Maximal 3 Namen zusammen. Für jede Aufgabe ein separates Blatt. Verschiedene Aufgaben *nicht* zusammenheften.