

Übungen zur Vorlesung Vertiefung der Funktionentheorie

10. Übungsblatt

Aufgabe 1.

Sei a_k eine Folge in \mathbf{R} mit $a_k \geq 1$ und sei $n^{-s} = e^{-s \log(n)}$ für $n \in \mathbf{R}^{>0}$ und $s \in \mathbf{C}$.

Man zeige:

a)

Es existiert eine Zahl $M \in \mathbf{R} \cup \{+\infty\}$ sodass die Reihe $\sum_{k=1}^{\infty} a_k^{-s}$ für alle $s \in \mathbf{C}$ mit $\Re(s) > M$ absolut konvergiert und für alle $s \in \mathbf{C}$ mit $\Re(s) < M$ nicht absolut konvergiert.

b)

Man bestimme M für die Reihe $a_k = k$.

Aufgabe 2.

Man bestimme die Anzahl der Nullstellen von $P(z) = 2z^4 - 5z + 2$ in $U = \{z \in \mathbf{C} : |z| > 1\}$.

Aufgabe 3.

Man zeige:

$$\int_0^{\infty} \frac{\log x}{(x^2 + 1)\sqrt{x}} dx = -\frac{\pi^2}{2\sqrt{2}}$$

Abgabe: 8. Januar 2009