

Übungen zur Vorlesung Vertiefung der Funktionentheorie

1. Übungsblatt

Aufgabe 1. Bestimmen Sie alle holomorphen Funktionen $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ mit

$$f(z^2) = f(z)^2 \quad \forall z \in \mathbf{C}.$$

Aufgabe 2. Seien $f : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ und $g : \mathbf{C}^* \rightarrow \mathbf{C}$ nicht-konstante holomorphe Funktionen. Zeigen Sie:

Wenn g in 0 eine wesentliche Singularität hat, dann auch $f \circ g$.

Aufgabe 3

Für die folgenden auf $\Delta^* = \{z \in \mathbf{C} : 0 < |z| < 1\}$ definierten holomorphen Funktionen bestimme man den Typ der isolierten Singularität in 0:

1.

$$\sin \frac{1}{z},$$

2.

$$\frac{1 - \cos z}{z},$$

3.

$$\frac{1}{\sin z},$$

4.

$$\frac{z^5 + 2iz^2(1+z)}{z^2 + z^4}.$$

Abgabe: 23. Oktober 2008, vor der Vorlesung

Maximal zwei Namen auf einem Blatt.