

Übungen zur Vorlesung Funktionentheorie

7. Übungsblatt

Aufgabe 1.

Bestimmen Sie den Wert folgender Integrale:

$$\int_{|z-i|=1} \frac{1}{1+z^2} dz, \int_{|z+i|=1} \frac{1}{1+z^2} dz, \int_{|z|=1} \frac{e^z}{(z-3)^2} dz \text{ und } \int_{|z|=3} \frac{e^{z^2\pi}}{(z-1-i)^2} dz.$$

Aufgabe 2. Sei $f : D = \{z : |z| < 1\} \rightarrow \mathbf{C}$ eine holomorphe Funktion, für die $\Re f$ im Punkt 0 ein Minimum annimmt.

Zeigen Sie: f ist konstant.

Aufgabe 3. Sei $P : \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{C}$ eine holomorphe Funktion für die Konstanten $K > 0$, $d \in \mathbf{N}$ existieren sodass $|P(z)| \leq K(1+|z|)^d$ für alle $z \in \mathbf{C}$ gilt.

Zeigen Sie mit Hilfe der Cauchyformeln, dass $P^{(d+1)}(z) = 0$ für alle $z \in \mathbf{C}$ gilt und dass P ein Polynom vom Grad $\leq d$ ist.

Abgabe: 6. Juni 2008